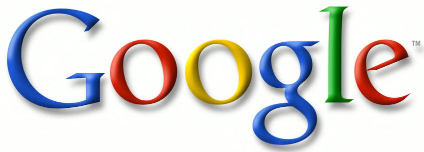


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/





WILLEBRORDI SNELLII,

À ROYEN, R. F.

TIPHYS BATAVUS,

SIVE

HISTIODROMICE,

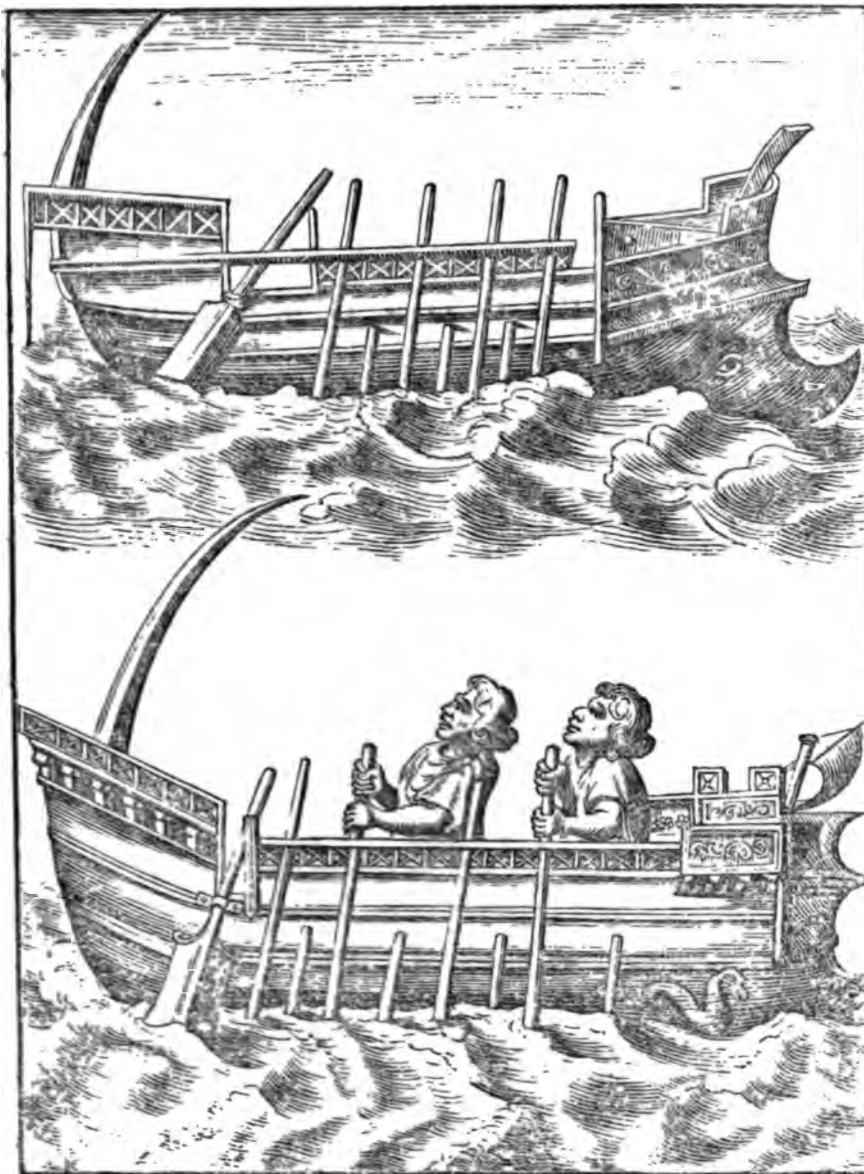
DE

NAVIUM CURSIBUS, ET RE NAVALI.



ALTER ERAT TUNC TIPHYS, ET ALTERA QUÆ VEHAT ARGO
DELECTOS HEROAS. ERUNT ETIAM ALTERA BELLA.

Edita primò Lugduni Batavorum, ex Officinâ Elzevirianâ, Anno Domini 1624; nunc verò demùm impressa in Officinâ JONÆ DAVIS, Londini, Anno Domini 1795.



Hopkins Transportation Library
STANFORD UNIVERSITY

2851

PRÆFATIO

AD ILLUSTRISSIMOS POTENTISSIMOSQUE HOLLANDIÆ ET WESTFRISIÆ ORDINES.

ILLUSTRISSIMI ORDINES,

TYRUS illa, quæ olìm partu clara, urbibus genitis, Lepti, Uticâ, & illâ Romani imperii æmulâ, terrarum orbis avidâ, Carthagine; etiàm Gadibus extrâ orbem conditis; ut ait Plinius: Tyrus, inquam, illa, quæ mercaturis & mercium exagogis faciundis omnia mediterranei maris littora complevit, et navigandi ſtudio reliquas Phœniciæ maritimas urbes longè antecelluit: quæque ſola, ſuperatis terrarum anguſtiis, per mare Erythræum elapſa, Aſiæ et Africæ littora luſtrare, et externa maria tentare, naturâ propemodùm reluctante et invitâ, auſa eſt: cui uni Rex Solomon, Iſthmi illius dominus, claſſem ſuam auro, argento, aromatis, lapidibus pretioſis et gemmis reportandis, committendam cenſuit: Ea, inquam, Tyrus, univerſam Phœniciam novarum rerum, et artium inveſtigandarum ſtudio inflammavit. Huic enim Grammatica, in literarum inventione; Arithmetica, ob numerorum uſum; Aſtronomia, in navigiorum curſu regundo; Geographia, in terræ mariſque delineatione; originem ſuam debent; ut reliquarum rerum plurimas, et humanæ vitæ opportunas, inventiones nunc miſſas faciam. Tyrii enim, ob mercimonia et commercia, quæ cum omnibus gentibus exercebant, ingeniis utilitate et emolumento ad abdita perſcrutandum excitatis, quam plurima in lucem protraxerunt. Quotieſcunque igitur iſtud cum animo meo reputo, permulta in hâc noſtrâ patriâ iſtis haud diſſimilia adverto; quod tanto evidentius erit, ſi ſuperiorum ſeculorum

tenebras

tenebras cum hâc luce conferamus. Cum enim jam pridem Arabicarum et Indicarum mercium monopolion Alexandrini in Africâ et Asiâ possiderent, Veneti in Europâ; et (ut omnium rerum suæ sunt periodi, suus ortus et interitus) cum tandem aliquando Columbus in Americam expeditione susceptâ penetravisset: Lusitani quoque, vitatis longo circuitu terrarum excurrentium promontoriis, in Indiam Orientalem, et insulas aromatiferas navigationem instituerunt. Inde paulatìm accisa Alexandrinorum portoria; et Venetorum uberrimus ille vectigalium proventus non parùm est imminutus. Omnémque hunc adeò censum Lusitaniæ reges in suum fiscum redegerunt. Atque isto successu et occasione totam propemodùm Europam multos annos vectigalem habuit Hispania: donec tandem ipse Novus Orbis (postquam jugi adeò diri depuduisset) fatis ità volventibus in vestris penetralibus Amstelodami, atque alibi, horrea aromataria et piperataria propemodùm ignaris vobis exstruxisset. Quâ opportunitate excitati, navigandi studio classibus vestris maria omnia complevistis. Inde adeò factum, ut homines nostri, quibus anteà nihil esset inerti otio antiquius, jam omnia maria sollicitare, et deficiente terrâ in ipso Oceano errare gaudeant, terras ignotas quærentes. Atque hinc quoque tantus vestris urbibus splendor accessit, atque illarum artium cultura singularis et eximia emicuit, quarum præconio Phœnices tantoperè celebrantur. VOS enim, quamvis maximo et difficillimo bello, ab hoste potentissimo, terrâ maríque distineremini, Academiam tamen Lugduni in Batavis erexistis, viris celeberrimis et doctrinâ excellenti undique evocatis, quorum operâ liberalia ingenia excolerentur; et profectò spem vestram eventus non est frustratus. Habetis enim ingenia ad omnem doctrinam percipiendam excitata: homines, inquam, non minùs gnavos, quàm ingeniosos, qui omnia sua studia, omnem operam ad Patriæ salutem et celebritatem conferre summâ contentione nituntur: quibus omnibus, ut in doctrinâ et ingenio priores partes non invitus tribuam; ita affectu, et animo in patriam propenso me cuiquam concessurum negabo; et, si non assequor quantum quidem optem, at saltèm, quantum sedulitate et industriâ consequi potero, id omne Deo et Patriæ sacrum lubens offeram. Útque hujus affectûs aliquod pignus extaret; non quidem illud vestrâ Amplitudine dignum, nisi ipsi non indignum esse voluissetis; cum rei maritimæ curam adeò anxiè et sollicitè geratis, ut etiàm ultrò præmiis propositis omnes ad eam juvandam promovendámque invitetis. Vestrâ igitur autoritate, *Ordines Illustrissimi*, permotus, existimavi, me operam non inutilem aut infructuosam collocaturum, si navigandi leges accuratâ et non fallaci demonstratione instruerem; quod ipsum quoque videbam viros in hoc docto pulvere versatissimos semper omni studio esse conatos. Postquam enim humanum

humanum genus Deo docente navigare didiciſſet, et cum ipſe pontus littoribus careret; Noachus cum univerſi mundi depoſito ſolis fluctibus vehebatur. Poſteà hominum induſtriâ etiam vela excogitata ſunt, quæ ventos procellâſque reciperent, quorum impetu navis impulſa curreret. Sed eadem frenum ei quoque injecit, et clavo gubernatorem admovit. Ut adeò vaſta moles exiguo gubernaculo regeretur, et pro vectoris arbitrio motus ſuos componeret; atque curſus ſuos ita inflecteret, ut etiàm contrà ventorum flatus obniteretur, et hoc pacto terrarum orbem ultrò citróque portaret. Eam adeò ob cauſam jam olìm omnes tam ſollicitè huic uni rei incubuerunt, ut curſuum ratio ipſis certa conſtaret, et eos regundi ſcientia quædam extaret, cujus præceptis et ductu navem ſalvam in portu collocarent. Multò autem maximè proaverum noſtrorum memoriâ, poſtquam immani et audaciſſimo auſu longinquæ illæ navigationes trans mare Oceanum tentari occœptæ. Tunc enim homines docti, et qui ſuprà cæteros ſaperent, id unicè operam dederunt, ut certâ aliquâ ratione et viâ navigandi artem conſtituerent, quæ in eo tota maximè eſt ſita, ut longitudinem et latitudinem cujuſque loci habeant exploratam. Quarum altera ex obſervationibus cœleſtibus haud admodùm difficultèr quotidiè eruitur. Ad longitudinis autem inveſtigationem nihil uſquam extabat auxilii, aut præſidii. Tandem Magnes repertus, et ex ipſis terræ viſceribus eſt erutus; ſaxum impolitum id quidem, nullo ſplendore, opacum, aſperum, ſcabrum, colore ferrugineo; ſed cuivis gemmæ contrà comparandum. Hic eſt ille magnes, qui noſtri miſertus, tanquam officioſiſſimus ξενάγωγος, miſeros mortales, etiàm vitæ ſuæ prodigos, per totum terrarum orbem ſalvos et ſoſpites deduceret; et in ipſis tenebris, erronibus illis facem alluceret; ac noctù, interdiù, tanquam nomenclator aliquis, omnium curſuum plagas referret, et fidi monitoris officium faceret. Atque illinc hominibus ſagacibus cogitatio injecta, horum curſuum affectiones accuratiùs ſcrutandi. Unde illud continuò notatum, longitudinis et latitudinis inveſtigandæ rationem perbellam hinc poſſe derivari; et ex curſûs plagâ, atque æſtimatâ ejus quantitate, iſtas quotidiè ad abacum venire. In ſcrutandis igitùr legibus ejus lineæ, quæ magneticæ acûs ductu à navibus deſcribitur, iiſque accuratiùs explicandis, certatìm à doctis paritèr et indoctis integrum jam ſæculum laboratur. Cum longitudinis inveniendæ via in medio mari nulla extet alia, præter eam unam, quæ acûs magneticæ indicio eruitur. Et profectò omnes oræ maritimæ hanc incudem jam diù tudiſârunt; neque id privatìm ſolùm, ſed etiàm publicè. Senſit ea res et Veſtram, *Illuſtriſſimi Ordines*, quoque curam. Quoties enim liberalitatem veſtram ſenſerunt ii, qui loxodromiarum uſum faciliorem

rem feliciorémque proferre sunt conati? sive id in tabulis planis, seu in gibbis
ıærarum segmentis explicarent: ut nullus quidquam hâc in parte rem ma-
imam juvisse existimatus sit, qui non reapse sit expertus, VOS id omni folli-
udine et curâ eniti, ut ea quoque pars tàm absoluta sit, quàm per naturam
liceat. Quod adeò non indignum vestrâ Majestate existimatis; ut etiàm
rò omnium studia provocetis. Nec immeritò: cum tot hominum fortunæ
dentibus quotidiè committantur, et in vasto illo Oceano natent. Ut enim
vigandi industriâ nulli gentium concedimus, ita navigiorum multitudine et
ilitate reliquis facilè pares sumus. Cúmque multi, laudando de patriâ benè me-
ıdi studio, aures vestras crebrò fatigent, et longitudinis rationes in mari ex-
catas vobis exhibere gestiant: non existimavi, me quoque, aut patriæ, au
rum rerum cupidis deesse debere. Quamobrem ista omnia ab ipso fund
nto solidis rationibus arcessere institui, ut inde quantum res ipsa in mari
, aut quàm propè ad verum accedat, definitè constaret. Dedi itaque ope-
n, ut, summâ cum diligentiâ annotatis difficultatibus, quas vitari aut interpo-
e necesse sit, præcepta certa, brevia, factione expedita et parabilia, in m um
ferrem, et omnia demonstrationibus firmata, usu observata, ordine et iâ
ıstituerem. Quæ ut omnibus bonis et veritatis studiosis grata fore mihi est
suasissimum; ita hunc meum laborem vobis quoque, *Ordines Illustrissimi*,
bari unicè optem,

Vestræ Amplitudini

Addictissimus,

WILLEBRORDUS SNELLIUS,
à Royen, R. F.

BENEVOLO

BENEVOLO LECTORI.

CUM supremi numinis providentia primam illam rerum omnium massam, sub quâ totius naturæ moles latebat indigesta, suis locis disparavisset; et hæc inferiora, sive vi magneticâ divinitùs insitâ, seu ratione Isorropicâ libratis circa ad mundi punctum elementis, dissociavisset: Aer quidem ille spirabilis supra nos, et inde purius elementum, suas sibi sedes delegerunt. Ne autem illius molis nucleus, et reliquis gravior terræ globus aqueo humore proximè ambitus et circundatus, terrenis animantibus esset inhabitabilis; ideò Divina illa mens, mundi architectatrix, Terram hanc diffregit; et montes quidem attolli, ac valles jussit subsidere: ut in his cavitatibus, tanquam sinubus, circumfluum et innataturum alioquìn, humorem exciperet; aut in terræ visceribus concretum egestúmque, in amplissimum æquor evolveret. Atque, ita positis diversorum elementorum limitibus, terrâ eminente, et aquâ depressâ, in eâdem perfecti orbis specie, humanum genus alios alio disparavit. Inde necessitas, an libido, terras elemento adeò dissociabili dissaeptas lustrandi, mortales incessit animos. A quorum cupiditate et ingenio, ut neque aer, nec ipsius terræ intima penetralia tuta esse potuerunt: ita quoque non marini æquoris vehementia, non insani fluctus, nec infida vada, neque ventorum frementium impetus eorum conatus inhibere potuerunt; quo minùs regiones adeò immenso æquore disjunctas, mercibus ex alio Orbe, et ad luxuriam petitis, adirent; vel cœlum ipsum petituri, si lucri odor ullus istinc adspiraret. Primis quidem sæculis, et sub ipsis mundi incunabulis, quamdiù mortales in locis mediterraneis ætatem agebant, ubi avitis laribus et fundis vitam parcè ac duritèr tolerabant,

De origine artis Navigatoriæ.

——— Non turbida ponti
Æquora lædebant naves ad saxa virósque.
Sed temerè incassum mare, fluctibu' sæpe coortis,
Sævibat, levitérque minas ponebat inaneis.
Nec poterat quenquam rapidi * pellacia ponti
Subdola pellicere in fraudem ridentibus undis.
IMPROBA navigii ratio tum cæca jacebat.

* Fortè legendum foret, *placidi*.

Phœnices primùm mercaturis et mercibus suis avaritiam, et magnificentiam, et inexplebiles cupiditates omnium rerum importaverunt in Græciam, inquit Cicero: ἀπαγινέοντες φόρτια Αἰγύπτιά τε καὶ Ἀσσύρια. Et sanè ipsa gens Phœnicum in magnâ gloriâ literarum inventionis et siderum, navaliúmque et bellicarum artium, Plinio

fuit. Et Herodoto quoque in ſuarum hiſtoriarum limine, Phœnices, inquit, qui à mari quod rubrum vocatur profecti, poſitis ſedibus in eâ regione, quam nunc quoque incolunt, longinquis continuò navigationibus incubuerunt: faciendíſque Ægyptiarum et Aſſyriarum mercium vecturis, cum in alias plagas, tum etiam Argos pervenerunt. Argos enim eâ tempeſtate omnibus Græciæ civitatibus antecellebat. Huc porrò appulſos Phœnicas mercimonia expoſuiſſe Perſæ memorant: et quinto ſextóve quàm appuliſſent die, cunctis ferè divenditis, fœminas ad mare veniſſe, cùm alias multas, tùm regis quoque filiam, cui nomen eſſet idem quod Græci tradunt, Io, filiam Inachi. Dúmque hæ navi aſſiſtentes mercarentur quæ maximè expeterent, in eas unanimi conſenſu Phœnices impetum feciſſe; et, pleriſque earum fugâ elapſis, Io cum aliis aliquot correptâ, in Ægyptum retrò vela convertiſſe. Scilicet tu adhuc

Ultimus immenſo reſtabas, Nile, labori.

Verum navigandi artis gloriam, et fabricæ rationem antiquiſſimus Prometheus apud Æſchylum ſibi vendicat,

Θαλασσόπλαγκτα δ' ὔτις ἄλλ@ ἀντ' ἐμῦ
Λινόπτερ' εὗρε ναυτίλων ὀχήματα.

Et profectò qui naves ad oras aliquas ignotas appuliſſent, et præter illorum littora vel remis, vel expaſſis velis novo et ante eum diem ipſis inviſo vehiculo, per maria diſcurrerent, Barbarorum animos non minùs percelluerunt, quàm Argo paſtoris illius animum apud Attium, qui, cùm navem nunquam ante vidiſſet, ut procùl divinum, et novum Argonautarum vehiculum ſtupens et perterritus conſpexit. Ea quidem res adeò grata illis temporibus accidit, ut quicunque commodiorem velociorémque aliquam navigii ſpeciem excogitaviſſet, vel expeditionem in oras nulli priorum aditas inſtituiſſet, eorum induſtriam ad errorem fabulæ traduxerint; ut divinitùs naves hominibus datas, et Deorum auſpiciis ſtructas et fabricatas aſſeverare non dubitaverint,

——— ipſámque ſecandis
Argoïs navibus * jactent ſudâſſe Minervam.

* Fortè legendum foret, ...us, vel ...s.

Fuga Phryxi et Hellês Arieti vectori χρυσομάλλῳ imputatur, qui ob hoc beneficium princeps inter Zodiaci ſigna refulget, et nobis ver aperit. Hâc omnes poëtarum fabulæ perſonant, omnis ſcena fervet, et ab eo caſu etiàm anguſtiſſimo inter Aſiam et Europam freto nomen eſt impoſitum. Atqui dum Phryxus cum Helle ſorore novercales inſidias fugeret, ἐτύχησε πλοίυ ᾧ τὸ παράσημον κριὸς ἦν, navem nactus eſt, cujus inſigne, et inde quoque nomen, Aries erat. Ille enim in prorâ vel pictus vel fictus ſtabat. Verùm quia non tantùm à Grammaticis, ſed etiam à Philologis doctiſſimis de hoc navis inſigni ſeu παρασήμῳ multa prodita exſtant, quæ nimìs jocularia et perquam abſurda ſunt, operæ pretium erit hæc enucleatè explicantem Joſephum Scaligerum audire. Παράσημον (inquit) erat in prorâ: et ibi ſtatuebatur Deus, Heros, beſtia, aut aliud quid, unde nomen habebat navis. In XXVII cap. Actorum Apoſtolicorum; ἐν πλοίῳ παρασήμῳ Διοσκύροις, nimirum τὸ παράσημον τῦ πλοίυ ἐν τῇ πρώρᾳ εἶχε τοὺς Διοσκύρυς. Gloſſa juvenalis: PEGASUS. Trierarchi filius, ex cujus Liburnæ paraſiâ nomen accepit. Videtur

Inſigni, παρασήμῳ, in prorâ ...

accipere

accipere parasiam pro parasemo, si locus mendo non vacat, et Liburna ea habuit παράσημον Pegasum. At Tutela statuebatur in puppe, quæ differebat à parasemo dupliciter; tum quod illius locus semper erat in prorâ, hujus autem in puppe; tum quod tutela semper erat Deus, aut Dea: παράσημον erat Deus, aut Heros, aut animal, aut aliud quid. Denique navis à parasemo, non a tutelâ nomen habebat. Ovidius: De Tutelâ navis, in puppe positâ.

Est mihi, sítque precor, flavæ tutela Minervæ
Navis, & à pictâ Casside nomen habet.

Nimirùm Cassis erat τὸ παράσημον, et ab eâ Navis vocabatur Cassis. Minerva autem, cujus erat tutela, destituta erat in puppi, aut in aplustri. In primo Iliados: ϛεῦται γὰρ νηῶν ἀποκόψειν ἄκρα κόρυμβα. Scholion: ἐπειδὴ ἐπὶ τῶν ἀκροϛολίων ἦσαν ἀγάλματα καὶ εἰκόνες τῶν Θεῶν. Hesychius: Πάταικοι. Θεοὶ, φοίνικες ὓς ἱϛᾶσι κατὰ τὰς πρύμνας τῶν νεῶν. Persius:

Ingentes de puppe Dei ———

Glossa vetus: Navium tutelam dicit, quam in puppibus habent, vel pingunt. Plutarchus: πυνθανόμενος τοῦτε ναυκλήρου τοὔνομα, καὶ τοῦ Κυβερνήτου, καὶ της νεὼς τὸ παράσημον. Nam ἀπὸ τοῦ παρασήμου nomen habebat, ut illa, in quâ Paulus Apostolus navigabat, vocabatur Castores. Scio equidem de Tutelâ navium multos scripsisse. Sed tùm eos video non benè hæc distinguere, tùm etiam Grammaticos τὸ παράσημον cum Tutelâ confundere. Græci παράσημον exprimunt. Tutelam autem non habent, quo exprimant.

Fuerit ergò Phryxæus Aries, non Aries, sed Navigii genus. De Tauro fabula haud est absimilis:

Sic et Europæ niveum doloso
Credidit Tauro latus, et scatentem
Belluis Pontum, mediásque fraudes.
Palluit audax.

Contrà Lycophron in obscuro suo poëmate cecinit, Europam à Piratis in manus traditam Astero Cretæ regi.

——— αἰχμάλωτον ἥρπασαν πόριν
Ἐν ταυρομόρφῳ τράμπιδι τυπώματι
Σαραπτίαν δίκταιον εἰς ἀνάκτορον
Δάμαρτα Κρήτης Ἀστέρῳ στρατηλάτῃ.

Id est, vertente Scaligero:

——— extulêre captivam bovem
Paronis intrà taurifrontis alveum
Ad sancta templa conjugem Saraptiam
Dictæa Cretes Stellioni principi.

Rapta igitur Europa Agenoris Phœniciæ Regis filia à Cretensibus navi, cujus παράσημον insigne Taurus erat; ídque, quemadmodùm ex Persarum historiis Herodotus interpretatur, tanquam ἀντίποινον, hostimentum injuriarum à Phœnicibus

cibus prius illatarum. Ita naves vel à figurâ, vel à παρασήμῳ in fabulas et miracula vertuntur. Triptolemi beneficium in humanum genus singulare fuit, qui, glandibus repudiatis, frugibus vesci docuit, et jussu Cereris agriculturam instruxit.

——— Geminos dea fertilis Angues
Curribus admovit, frænísque coërcuit ora:
Et medium cœli, terræ'que per aëra vecta est.
Atque levem currum Tritonida misit in arcem
Triptolemo, partímque rudi data semina jussit
Spargere humo, partìm post tempora longa recultæ.
Jam super Europen sublimis et Asida terram
Vectus erat juvenis, Scythicâsque advertitur oras.

Et quæ sequuntur. Atqui Philochorus autor est, Τριπτόλεμον μακρῷ πλοίῳ προσβάλοντα ταῖς πόλεσι τον σίτον διαδῦναι. ὑπονοεῖσθαι δε πτερωτὸν ὄφιν εἶναι την ναῦν, ἔχειν δέ τι κατ' τε σχήματος, *Triptolemum, longâ navi ad civitates maritimas appulsum, frumentum distribuisse; navem autem visam esse anguem alatum, quia hanc speciem utcunque suâ figurâ referret.* Credo, rostra navium animalium quorundam rostra similitudine quâdam expressisse, ut inde etiàm rostra dicta sint; atque ita veteres rei gestæ veritatem fabulæ coloribus involvisse, et posteris per manus tradidisse. Haud alio argumento Dædali et Icari fabula conflata est:

De fabulâ Dædali et Icari

Dædalus (ut fama est) fugiens Minoïa regna
Præpetibus pennis ausus se credere cœlo,
Insuetum per iter gelidas enavit ad Arctos,
Chalcidicâque levis tandem super astitit arce.

Sed iste quoque ἀποπλῆναι μυθεύεται σὺν Ἰκάρῳ τῷ υἱῷ αὐτȣ, πλόιȣ λαβόμενος καὶ διαφυγὼν τὸν Μίνωα, διὰ τὸ ἀνευρέτον γενέσθαι τῷ διώκοντι, *fabulosè avolavisse narratur cum filio Icaro, quod, navem nactus, Minoëm effugerit, cum persequentes eum non invenirent.* Ego existimem illum non magnâ nave fugam sollicitâsse, ne vel levissimam fugæ suspicionem Tyranno daret; sed singulos minoribus cymbulis corio undique contectis se commisisse: quemadmodum barbari etiamnum hodiè propè Fretum Davis in Americâ his illigati ad umbilicum usque, et coriaceo ἐπενδύτῃ parte corporis eminente tecti, μονοκώποι remo uno, duabus palmulis instructo, navigant.

Non hi carinas quippe è pinu texere
Fecêre morem, non abiete (ut usus est)
Curvant faselos: Sed rei ad miraculum
Navigia junctis semper aptant pellibus,
Corióque vastum sæpe percurrunt salum.

De equo Pegaso et Bellerophonte.

Et Dædalum quidem ita insularum aut continentis littora propiùs legisse: Icàrum verò longiùs provectum undarum impetu subversum periisse. Et Pegasus quoque et Bellerophon huc accedat: isto nempe equo ligneo per vias cæruleas vectus; ita enim Conon narratione suâ quadragesimâ apud Photium prodidit: ἡ τεσσαρακοστὴ ἱστορία, τὰ περὶ Ἀνδρομέδας ἱστορεῖ ἑτέρως ἢ ὡς ὁ Ἑλλήνων μῦθος. Duos fratres

tres fuisse Cephea et Phinea: ac Cephei quidem regnum, Phœnicíæ posteà nomen induisse, cum ad eum diem Joppe à maritimâ civitate appellatum fuisset: habuissétque imperii terminos à mari nostro, ad eam usque Arabiam, quæ ad Erythræum mare pertinet. Fuisse item Cepheo insigni pulchritudine filiam quam proci ambirent, Phœnix quidam, et ipse Cephei frater Phineus. At Cepheum, postquam varia de utroque secum ipse considerâsset, Phœnici tandem despondere filiam statuisse, ac per filiæ raptum consentientem suam voluntatem obtegere. Abreptam igitùr fuisse ex desertâ quâdam insulâ Andromedam, in quam soleret Veneri sacrificia oblatura secedere. Ita cum Phœnicis hujus rapientis navi (quæ Cetus dicta est, sive à piscis illius similitudine, sive casu aliquo) Andromeda tanquam insciente patre aveheretur, miserè eam ejulâsse, opémque cum lachrymis invocâsse. Ad ea Perseum, Danaës filium, forte fortunâ prænavigantem, cursum inhibuisse: primóque mox puellæ adspectu, pietate simùl et amore captum: tum navigium illud Ceti nomine expugnâsse, et vectores, tantùm non in lapidem præ metu versos, occidisse. Atque hunc illum esse Græcæ fabulæ Cetum, hos homines, Gorgonis viso capite in saxa mutatos. Et Palæphatus libro primo mirabilium historiarum, (qui solus è quinque hodiè superest,) eandem fabulam ad historiæ veritatem paulo alitèr revocat. Βελλεροφόντης (φησὶ) ἦν φρύγιος ἀνὴρ, τὸ γένος Κορίνθιος, καλὸς κὴ ἀγαθὸς, ὃς, πλοῖον κατασκευάσας μακρὸν, ἐληΐζετο τὰ παραθαλάσσια χώρια. ὄνομα ἦν τῷ πλοίῳ Πήγασος, ὡς καὶ νῦν ἕκαστον των πλοίων ὄνομα ἔχει. *Bellerophon*, inquit, *erat Phryx, domo, seu genere, Corinthius, vir formosus et strenuus, qui, fabricatâ longâ navi, è locis maritimis prædas agebat; navi nomen erat Pegaso; quemadmodum etiàm nunc dierum singulæ naves nomen aliquod sortiuntur.* Ita quoque Troicis temporibus Tyrrheni piraticam exercebant, myoparonibus et triremibus suis mare infestantes, quarum triremium una nomine Scylla, ut reliquas vincebat celeritate, ita suprà omnes mercatoriis navigiis insidiabatur: eam triremem, ut ait Palæphatus, Ulysses et celéritate navis suæ et secundo vento usus, felicitèr effugit: ἦν καὶ ναῦς τριήρης ταχεῖα, τό τε ὄνομα Σκύλλα· αὕτη ἡ τριήρης τὰ λοιπὰ των πλοίων συλλαμβανουσα πολλάκις εἰργάζετο βρῶμα. Huc Poëtarum princeps spectâsse videtur, cum lib. 5. Cloantho, qui Scyllâ vehebatur, victoriam tribuit:

——— illa Noto citiùs volucríque sagittâ
Ad terram fugit, et portu se condidit alto.

In his quidem hactenùs fabularum figmentis omnia fuerunt involuta. At ille, qui primus omnium longâ nave maria tentavit, quantâ nominis celebritate in hominum sermonibus versatur? quanto ambitu celebratur? ut verè poetis fabularum Oceanum reclusisse videatur:

De Perseo et Andromedâ. *De navi Argo, et Argonautarum expeditione.*

Utinam ne in nemore Pelio securibus
Cæsa cecidisset abiegna ad terram trabes:
Neve inde navis inchoandæ exordium
Cœpisset, quæ nunc nominatur nomine
Argo, quâ vecti Argivi delecti viri
Petebant illam pellem inauratam arietis
Colchis, imperio regis Peliæ per dolum.

Longâ

Longâ enim nave Iasonem primum navigâsse, Philostephanus autor est. Ait Plinius libri septimi capite sexto et quinquagesimo:

Benè dissepti fœdera mundi
Traxit in unum Thessala pinus,
Jussítque pati verbera pontum.

Fuit hæc πεντηκόντορος prima, in eam cum Jasone quatuor et quinquaginta Argonautæ sunt ingressi. Hæc nempe erat illa delecta heroum manus, Θεῖος ἡρώων ἄωτος. In hanc unam flos totius Græciæ co-ivit: Hercules, Castor, Pollux, Diis geniti; alíique et reges et regum filii: Vates Mopsus, et Idmon: Naupegus Argus:

——— sors tibi, nequâ
Parte trahat tacitum puppis mare, fixáque fluctu
Vel pice vel molli concludere vulnera cerâ.

Celeustes ipse Orpheus,

——— qui carmine tonsas
Ire docet, summo pasSìm ne gurgite pugnent.

Navis magister et gubernator Tiphys,

Qui maris insidias, claræ qui sidera noctis
Nôrit, et è clausis quem destinet Æolus antris.
Non metuat cui regna ratis, cui tradere cœlum.

Denique navem ipsam fatidicam et humanâ voce locutam, fama est: habuit enim τρόπιν ἐκ της Δωδώνης δρυὸς, carinam è Dodonide quercu; aiunt enim Junonem, alii Minervam

——— Cæso, monitu Jovis, augure luco,
Arbore præsagâ tabulas animâsse loquaces.

Unde et Ciceroni divinum Argonautarum vehiculum dicitur. Itineris quoque stadiasmi, et cursus ita accuratè à poëtis proditi sunt, tanquam singulos ex ipsorum diariis expressissent; per quæ maria, quibus ventis cucurrerint, quæ littora prætervecti sint, quos portus intrârint, quæ freta transierint, quæ promontoria et quorumnam fluviorum ostia præternavigaverint, ad quas gentes et nationes accesserint, quemadmodum in ultimum Euxini Ponti angulum penetraverint,

ἐς Φᾶσιν, ἔνθα νηυσὶν ἔσχατος δρόμος.

Denique quomodo ad Eridani ostia in Peuce insulâ in reditu hyemaverint; reliqua lubens mitto. Et ista quidem hactenùs περίπλουν Euxini Ponti nobis universìm ob oculos ponunt, et heroum duros labores quos in hâc expeditione pertulerunt; quæ autem finis adeò difficilis expeditionis fuerit, ex Plinio facilè intelliges; is enim libri tertii et trigesimi capite tertio eas oras auri feraces prodidit. Jam, inquit, regnaverat in Colchis Salauces et Esibopes, qui Terram virginem nactus, plurimum argenti auríque eruisse dicitur in Suanorum gente, et alioquìn velleribus

velleribus aureis inclyto regno. Sed et illius aureæ cameræ, et argenteæ trabes narrantur, et columnæ atque parastatæ. Hinc adeò istis Heroibus sacra illa fames, et cupiditas, et ardor, et pericula, et lues, et dissidia, et cædes, et moræ atque ambitus itinerum. Hoc nempe illud erat ad cujus famam universa Græcia aures arrigeret; hæc illa præda, quam jam animo atque oculis destinaverant, quæque istos patriis sedibus excitos ad terram inhospitam mitteret. Sed fabularum satìs est; omnia enim persequi infinitum sit. Quamobrem manifestò hinc liquet, singulas gentes mediterranei maris accolas navium inventionem sibi vendicare conatas esse, aut singularia sua beneficia et pericula fabularum involucris posteritati commendare studuisse. Et quo firmiùs ea hominum animis infigerent, non puduit eos sideribus et cœlo sua nomina inscribere. Illic enim nobis Aries, Taurus, Pegasus, Cete, Argo, navium nomina, totidem harum expeditionum testes refulgent, quorum æternis ignibus et fulgore Phœnices, Cretenses, Corinthii, Thessali industriam suam posteris testatam fecerunt. Et sanè, quàm certum est, ab his singulis navium alias atque alias formas ad expeditiorem cursum, aut onerum subvectiones, aut mercium exagôgas, esse excogitatas, quemadmodum

—— etiàm quædam nunc artes expoliuntur,
Nunc etiàm augescunt: nunc addita navigiis sunt
Multa:

tàm indubitatum quoque nobis est, primam navis fabricam à Noacho, Dei ipsius jussu, ejus podismum et spatia metante fuisse institutam. Cum enim humanum genus à majorum suorum institutis discessisset, et, deserto divini numinis vero et legitimo cultu, ultimam improbitatis et scelerum omnium lineam transiliisset, neque concionantem monentémque Noachum audiret: sed divini senis monitis insupèr habitis, etiàm in dies in pejus ruerent, et ab omni virtute pedem retrò referrent: tunc demùm, tanquam malo inveterato, et rebus desperatis, Deus ipse, ut hanc improbitatem æternis tenebris damnaret, Noachum ad ναυπηγίαν instruxit, et quemadmodum unumquodque fieri, et mundi depositum custodiri, vellet, ostendit: quæ animantia in semen reservari: quótque singulorum generum in arcam admitti: ubi, et quemadmodum stabulari oporteret, edocuit. Seculum integrum duravit ea navigii molitio, quam à formâ κιβωτον, Arcam, dicimus. Corporaturam et arcæ modum Deus quoque ipse præscripsit. Trecentorum, inquit, cubitorum esto arcæ longitudo, quinquaginta latitudo, et triginta altitudo ejus; amplissimo sanè et maximo spatio; ut podismus ejus è longitudine et latitudine major sesquijugero Romano deprehendatur. At forsàn hominibus quibusdam nimiùm curiosis, quósque divina opera ad humani cerebri normam exigere nihil pudet, ista minus fidei habere videantur, si hanc molem ad nostri ævi navigia conferamus; et partium symmetria insupèr haud satìs ad istam consuetudinem apta. Atqui ludibria regum in mari lascivientium, qui triremes lusorias et cubiculatas exstruxerunt, satìs supérque fidem facient. Hi enim, isto exemplo haud dubiò incitati, eam fabricam sunt æmulati: nam et hæc arca quoque à profanis scriptoribus literarum monumentis fuit celebrata; si quid Josepho credimus, qui Berosi Chaldæi, Hieronymi Ægyptii, Mnaseæ, Nicolai Damasceni, aliorúmque complurium autoritatem appellat. Atque hinc factum

De arcâ Noachi.

[illegible], quod Ptolemæus Philadelphus (qui studiosissimè munificentissimum [illegible] librorum maximâ impensâ conquisitis, instruxit) ad [illegible] divini operis maxima naviga construxerit. Memoriæ enim proditum est, eum omnes, qui ante se fuerant reges, navium copiâ et magnificentiâ superasse; inter quas ceteris præstabant [illegible] [illegible], [illegible], [illegible] [illegible]. Sed et Ptolomæus Philopator, hujus nepos, navium magnitudine eum longè superavit. Unius autem mensuram è [illegible] Athenæus ita expressit: [illegible] Φιλοπάτωρ, [illegible] πηχῶν, [illegible] ἀπὸ πρώρας εἰς πρύμναν, [illegible] πηχῶν. *Ptolomæus Philopator navem quadraginta ordinum construxit, longam ducentos et octoginta cubitos, latam intrà forum octo et triginta, altam ad acrostolion usque octo et quadraginta, à puppi autem summâ ad mare usque cubitos tres et quinquaginta*; cùm in mari cursum [illegible], recipiebat remiges quater mille et amplius, ministros quadringentos, milites classiarios ferè ter mille, præter aliam hominum turbam sub transtris, et [illegible] commeatum maximum; materies ad hanc unam comportata satìs fuisset [illegible] quinquaginta. Idem Philopator aliam quoque locavit [illegible], quæ in Nilo navigaret, θαλάμηγον cubiculatam, longitudine dimidii stadii, qui sunt pedes trecenti, latitudine cubitorum triginta, altitudine ferè quadraginta, reliquum porrò ornatum, partium singularum dispositionem et commemorationem ibidem videto. Verùm has omnes facilè superaverit Hieronis Syracusanorum tyranni navis illa, ἧς Ἀρχιμήδης ὁ γεωμέτρης ἦν ἐπόπτης, cui faciundæ Archimedes erat præfectus; ejus molis amplitudinem et fabricam Moschion integro libro huic rei dicato explicavit; trecentis enim operis fabricam, præter administros, tractantibus, ad eam faciundam sexaginta triremium materia fuit congesta; et navis corporatura ita intùs distincta, et in suas sedes tributa, ut remigibus, nautis, militibus, vectoribúsque reliquis recipiundis cuique sua loca, et sua receptacula essent assignata. In hâc eâdem navi erant præterea varia cœnacula, cubicula, ambulationes, horti, piscium vivarium, equilia, Scholasteria, Veneris templum, balnea, clibani, culinæ, molæ, et alia compluria: et hæc intùs quidem. Insuper navis ipsa ferreo vallo circumdata; et turribus octo, duabus in puppi, totidem in prorâ, reliquis autem in lateribus dispositis munita; super navi [illegible] murus erat cum propugnaculis; et in muro, turribus, ac carchesiis per totam navem multæ machinæ bellicæ erant dispositæ: et inter reliquas una, quæ saxum trecentarum librarum, atque sagittam duodecìm cubitorum ad [illegible] pedum intervallum vibraret; et ne omnia nimìs scrupulosè [illegible], lectorem ad Athenæum remittam, unde plura ad satietatem et [illegible] de hâc eâdem navi sigillatìm tibi petere licebit; et quidem ita, [illegible], sed castelli, aut urbis, vel insulæ alicujus descriptio [illegible]:

——— pelago credas innare revulsas
Cycladas, aut montes concurrere montibus altos:
Tantâ mole viri turritis puppibus instant.

[illegible] Syracusanam [illegible] Romani etiàm superavisse videntur fabricatis [illegible] ab Alexandriâ ad Ostiam usque transvehendos. Super omnia (inquit

De magnitudine et [illegible] Philopatoris [illegible]

De magna [illegible] Hieronis [illegible] Syracusanorum regis.

Plinius lib. 36, cap. 9,) accessit difficultas mari Romam devehendi, spectatis admodùm navibus. Divus Augustus priorem advexerat, miraculísque gratiâ Puteolis navalibus perpetuis dicaverat; sed incendio consumta est. Divus Claudius aliquot per annos asservatam, quâ Cajus Cæsar importaverat, omnibus quæ in mari visæ sunt mirabiliorem, turribus Puteolano ex pulvere exædificatis, productam Ostiam, portûs gratiâ mersit. Rem navalem de navium generibus, partibus, ornatu, armamentis satìs spisso volumine prosecutus est Lazarus Baysius, vir doctissimus; sed, ut ipse sibimet haud usquequaque satisfecisse videtur, ita non pauca ad accuratiorem judicii limam studiosius, credo, lector exigi postulabit. Maximè in biremium et triremium descriptione, et illis quæ triginta, quadraginta, aut quinquaginta ordinum altitudine consurgunt. Sed cum et hanc controversiam felicissimâ et eruditâ manu explicaverit vir summus, et verè unicus nostri seculi Phœnix, Josephus Scaliger, totum locum, atque adeò illustrem illam eclogam huc transcribere, in tuam gratiam, non pigebit: dignus enim est, qui non uno tantum in loco legatur.

Igitur prima triremis, sive τριήρης, (inquit) Corinthi fabricata est. Anteà enim longis navibus tantùm utebantur. Prima longa navis fuit ea, quæ Argonautas vexit, ut Plinius, et alii ferè omnes veteres scribunt. Nos hodiè id genus *Galeas* vocamus, et primùm illud nomen obtinuit adhuc vigente imperio Constantinopolitano. In Tacticis enim legimus, Γαλαίας μονήρια. Nostræ enim Galeæ, et veterum naves erant μονήρεις, hoc est, uno versu remorum agitabantur. Quemadmodum enim πύργος μονήρης, διήρης, τριήρης, à numero tabulatorum dicitur, qui aliter πύργος μονόστεγος, δίστεγος, τρίστεγος, ita et ναῦς μονήρης, διήρης, τριήρης dicta, quæ totidem, ut ita loquar, tabulatis constabat, ac proinde totidem utrinque ordinibus remorum. Quum igitur differentiam navium longarum constituat numerus ordinum, primæ in usu fuerunt, quæ unum tantùm remorum versum habebant. Duplex verò earum constituitur differentia, à numero remorum, et à numero ordinum. Quæ à numero remorum dicuntur, earum nomen terminatur in ορος, εἰκόσορος, τριακόντορος, τετταρακόντορος, πεντηκόντορος. Quæ vero à numero versuum, in ηρης, μονήρης, διήρης, τριήρης, τετρήρης, πεντήρης. Vetus auctor Τακτικων ad calcem Æliani: ἡ τριακόντορος καὶ τεσσαρακόντορος, καὶ πεντηκόντορος λέγεται κατὰ τὸ πλῆθος τῶν κωπῶν. ἡ μονήρης, καὶ διήρης, καὶ ἐφεξῆς, κατὰ τοὺς στίχους τοὺς κατὰ τὸ ὕψος ἐπ' ἀλλήλοις. Sed scito, citrà εἰκόσορον non posse componi nomen: hoc est: non dicebatur quot remorum, sed quot scalmorum esset, siquidem minus haberet, quam vicenos remos. πεντεκαιδεκάσκαλμος, δωδεκάσκαλμος, ut δωδεκάσκαλμος πάκτων Straboni. Est enim σκαλμὸς, paxillus, ad quem alligatur remus. Quarè aliâ mente, ut multa, Æschylus Persis νῆες τρίσκαλμοι pro triremibus dixit: quum τρίσκαλμος ναῦς tantum dici possit quæ trinis remis agitatur. Erat et alia differentia, ut naves citrà magnitudinem alicujus, eæ dicerentur ἡμιόλιαι, ut quæ inter magnitudinem τριακόντορου, ea dicebatur ἡμιόλιος τριακόντορος, major quidem quàm εἰκόσορος, minor verò quàm τριακόντορος. Sic quæ citrà magnitudinem τριήρους, ea dicebatur τριήρης ἡμιολία. Nam τὸ ἡμιόλιον continet assem cum semisse. Ideò τριηρημιολία erat magnitudine της διήρους, et prætereà aliquanto amplior. Neque verò necesse erat exactè dimidium accedere, non magis quàm in semitonio musico. Tonus enim bifariàm non dividitur. Quare ut dicitur ἡμιόλιος ποῦς, sic eâdem con-

Excerptum ex Josephi Scaligeri Libro de Navibus Veterum.

constructione ἡμιολία τριήρης, sed non eâdem ratione. Nam potiùs dici debuerat διήρης ἡμιολία, utpote quæ magnitudine διήρης esset, aut aliquanto major. Sed usus obtinuit, ut potiùs vocaretur ab eâ, à cujus magnitudine proximè abesset, quam ab illâ quam non solùm æquabat, sed etiàm aliquâ parte superabat. Hæ igitur naves εἰκόσοροι, τριακόντοροι, πεντηκόντοροι, solæ Græcis in usu primùm fuerunt, ad illud usque tempus, quod hìc ab Eusebio determinatum, earúmque ἡμιόλιαι.

Hujus generis inventum Sidoniorum est. Græci ante expeditionem Jasonis Colchicam id genus non tentârunt. Unde ejuscemodi naves Σιδώνιαι Græcis dicebantur. Euripides in Helenâ:

Χώρει σὺ, καὶ ναῦν τοῖσδε πεντηκόντορον
Σιδωνίαν δὸς, κὠρετμῶν 'επιστάτας.

Eas diximus esse, quas Græci μακρὰς ναῦς, nos *Galeas* vocamus: qualis Jasonia, quæ πεντηκόντορος fuit, ut ex numero Argonautarum constat. Nam ipsi Heroës fuerunt αὐτερέται, ut omnes sciunt. Unde Sereno Poëtæ Hercules dictus Semiremex Hercules: quod remex quidèm inter Argonautas esset, sed imperitus, et ei muneri ineptus. Alii plures Argonautas numerant. Ideò μείζονα πεντηκοντόρου τὸν Α'ργὼ fuisse necessarium est. Quarè Theocritus in Hylâ τριακοντάζυγον Αργὼ dixit: hoc est, ἑξηκόντορον, utrinque tricenis remigibus impulsam. Earum navium, quæ pluribus remorum versibus agebantur, videtur Trieres prima fuisse quæ dicta, ut monuimus, à numero tabulatorum, κατὰ τοὺς στίχους τούς κατὰ τὸ ὕψος ἐπ' ἀλλήλους, ut ait ille vetus Scriptor Τακτικῶν: secundum versùs alium alii juxta altitudinem incumbentes. Itaque imus ordo erat propior aquæ, supremus propior foris navis, medius inter imum et supremum. Remiges imi versûs θαλαμῖται dicebantur, medii ζυγῖται, supremi θρανῖται. Eadem etiam navigia dicuntur μόνοκροτα, δίκροτα, τρίκροτα. Biremis, sive διήρης, vel δικρότα formam ex veteribus marmoribus exhibet Baysius, et fatetur, eam esse veram Biremem veterum, in quâ superior ordo ternis, inferior binis instructus est. Deinde alias duas Biremis formas profert, quarum uterque ordo quaternis remis constat. Eam, ut diximus, veram Biremem credit esse. Sed (vide desultoriam sententiam) propositâ etiam formâ veræ Triremis, ex veteribus Romæ monimentis, eam negat esse Triremem. Certè si altera, ut ipse fatetur, est Biremis, quæ duplici remorum versu instructa est; hæc ab eâdem causâ Triremis fuerit, quæ triplici remorum versu prædita est. Et contrà, si hæc non est Triremis, falsò altera Biremis ab eo credita est. Quis putaret tanto viro tam absurdam sententiam excidisse? Causam jocularem prætendit. Quia, inquit, si θρανῖται, ζυγῖται, θαλαμῖται, à triplici versu remorum dicti sunt, quomodo in διήρει erunt, quæ duos tantùm versus habet, aut in πεντήρει, ἑξήρει, ἑπτήρει, quæ plures? Huic objectioni et puer occurrerit. Nam in διήρει, infimi et superiores sunt tantùm, nulli autem medii. Neque enim necessarium est ut ζυγῖται adsint; sed cum sunt plures ordines duobus, semper medii sunt ζυγῖται, infimus et supremus ordo sunt semper θαλαμῖται et θρανῖται. Si major pars Romanorum, prænomen, nomen, et agnomen habebant, non ideò sequitur, ut omnes habeant agnomen. Quid ergò adfert novi ad illam objectionem? Rem ridiculam ac tanto viro indignam. Dividit navem in tres partes: à prorâ, ad malum: à malo, ad initium ἀκροστολίων: inde ad summum aplustre. A prorâ ad malum θρανίτας vocat; hinc ad initium

Lazari Baysii errores super hâc materiâ.

ἀκροστολίων

ἀκροςολίων ζυγίτας: inde, ad ſummum apluſtre, θαλαμίτας. Si exemplum Aretalogorum, qui pro commentariis Tomorum decurias edunt, ſequi vellem, neque temporis, neque chartæ ſatìs eſſet tam puerili commento confutando. Sed omiſſis ineptiis, auctor Ταχτικῶν dixit, κατὰ ςίχους τοὺς κατὰ τὸ ὕψος ἐπ' ἀλλήλοις; non dixit, κατὰ μῆκος. Quid melius ejus commentum eluſerit? ςίχοι κωπῶν aliud eſt quam κῶπαι, et κατὰ τὸ ὕψος, quam κατὰ τὸ μῆκος. Vegetius de quinqueremibus: *Quinos ſortiuntur remigum gradus.* Si gradus, ergò in altum, nòn in longum. Virgilius:

——— triplici pubes quam Dardana verſu
Impellit, triplici conſurgunt ordine remi.

Sanè conſurgentes remorum ordines dici non poſſunt de longitudine; longitudo jacet, altitudo conſurgit. Idem dixit Lucanus de Quadriremi, lib. iii:

Quóſque quater ſurgens extructi remigis ordo
Commovet, et terno conſurgunt ordine remi.

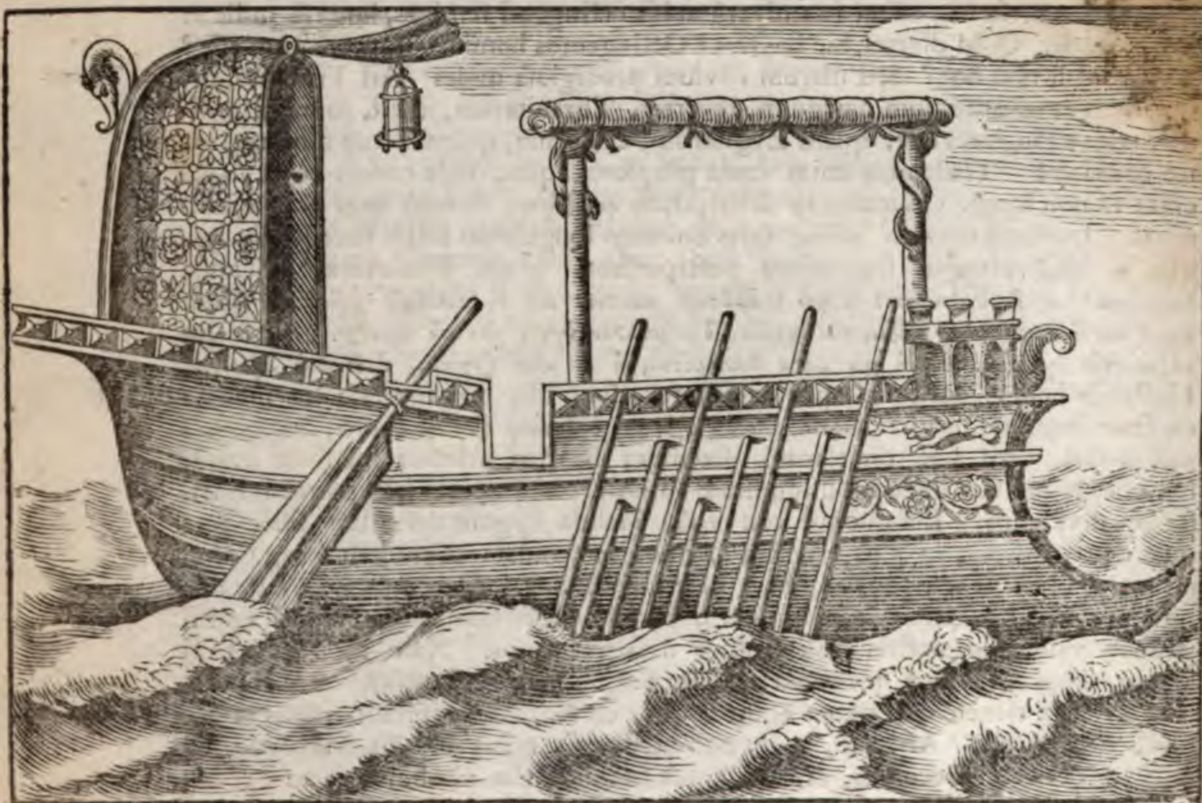
Extructos remigum ordines non poſſumus accipere in porrectum. Hoc enim non eſt extruere. Illuſtris locus ille eſt in excerptis Memnonis apud Photium: καὶ [illegible]ς μία ἡ λεοντοφόρος καλουμένη, ἡ μεγέθους ἕνεκα καὶ κάλλους ἥκουσα εἰς θαῦμα. ἐν ταύτῃ γὰρ [illegible] ἄνδρες ἐκαλοῦντο οἱ χοι ἤρεττον, ὡς ω' ἐκ θατέρου μέρους γενέσθαι, ἐξ ἑκατέρων δὲ χιλίους καὶ ἑξακοσίους. Octeres dicta ab octo utrinque remigum verſibus, centenis remigibus in unoquoque verſu: ut eſſent in univerſum bis octingenti remiges, hoc eſt, mille et ſex centum. Quid diceret hic Bayſius? Octingentos homines in porrectum eſſe? Aut quid ſi non hoc? Sed illarum navium prodigioſa moles. Ad Triremes, ordinarium et uſitatiſſimum navigium, revertor. Thranitarum, id eſt, ſupremi ordinis, remos longiores eſſe, quàm Zygitarum, et horum, quàm Thalamitarum, ratio convincit. Thalamitæ enim erant propiores aquæ, inde eorum remi κολοβοὶ erant et non longi. Lucanus in deſcriptione της ἐξήρους: *Summis longè petit æquora remis.* Intelligit Θρανιτικὰς κώπας, quas omnium longiſſimas fuiſſe neceſſe eſt. Itaque οἱ θρανῖται majus ſtipendium percipiebant, quam Thalamitæ. Scholia Βατράχων· οἱ δὲ θαλάμακες ὀλίγον ἐλάμβανον μισθὸν, διὰ τὸ κολοβαῖς χρῆσθαι κώπαις παρὰ τας ἄλλας (τρεῖς) τάξεις τῶν ἐρετμῶν, ὅ τι μᾶλλον ἐγγὺς εἰσι τοῦ ὕδατος. ἦσαν δὲ τρεῖς τάξεις τῶν ἐρετμῶν, καὶ ἡ μὲν κάτω θαλαμῖται, ἡ δὲ μέση ζυγῖται, ἡ δὲ ἄνω θρανῖται. Hactenùs benè. Reliqua, quæ ſequuntur, ſunt illis optimis Scholiis infarcta ex fæce ſequioris ſeculi. Θρανίτης οὖν ὁ πρὸς την πρύμναν, ζυγίτης ὁ μέσος, θαλαμίτης ὁ πρὸς πρῷραν. Ad hoc præclarum oraculum Bayſius pellibus incubuit ſtratis, ſomnóſque petivit, unde illud ſomnium ſuum protulit de nave in porrectum trifariàm dividendâ. Illa quoque vox (τρεῖς) incluſa virgulis delenda. Hæc ſunt quæ de triremibus, et aliis veterum navibus in tabulata conſurgentibus, brevitèr ac pro loco et temporis anguſtiis dicere potuimus. Duo ſunt quæ ſatìs mirari non poſſum; primum, quomodo ſinguli homines tam longos remos moliri poſſent, quum in noſtris Galeis alitèr fieri videamus. Nam in illâ immani octere, cujus Memnon mentionem facit, ſinguli homines tantùm remis adhibebantur. Et tamèn quo plures erant verſus, eo longiores ſupremi ordinis remos fuiſſe neceſſe eſt. Alterum, cujus non mediocris nobis inceſſit admiratio, eſt moles Hexerum, Decerum, et, ut Plinius ſcribit, etiam illarum quæ ad 15, 20,

De Triremibus.

30, 40 et 50 ordines remorum conſtructæ ſunt. Quomodo, inquam, eas in bello moliri poſſent? Unde tam longæ arbores, quæ Thranitarum remis ſufficerent? Virgilius quoque, quas in pugnâ Actiacâ egit Antonius, Cycladibus comparat. Idem etiàm ſcribit Dio. Si verum erat, quod Bayfius ſomniavit, remos in porrectum expanſos, non in altitudinem extructos fuiſſe, quo major remorum numerus foret, eo expeditior fuiſſet Triremis Bireme, Tetreres Triere, Penteres Tetrere; atqui contrarium apparet ex Floro, libro 4. de illis Cycladibus Antonii et Auguſti in claſſe Actiacâ: Nobis quadringentæ non amplius naves, ducentæ, non minus, hoſtium; ſed numerum magnitudo penſabat: Quippe à ſenis in novenos remorum ordinibus, ad hoc turribus, atque tabulatis allevatæ, caſtellorum et urbium ſpecie non ſine gemitu maris et labore ventorum ferebantur; quæ quidem ipſis moles exitio fuit. Cæſaris naves à triremibus in ſenos, non amplius, ordines creverant. Itaque habiles in omnia, quæ uſus poſcebat, ad impetus, et recurſus, flexúſque capiendos, illas graves et ad omnia præpeditas, ſingulas plures adortæ miſſilibus ſimùl cum roſtris, adhoc ignibus jactis, ad arbitrium diſſipavêre.

Finis excerpti ex Joſephi Scaligeri libro.

Biremium duarum et unius triremis quarum hic fit mentio, et quæ omninò veræ ſunt effigies, huc ex Bayfio tranſtuli, ut inde faciliùs navium pluribus ordinibus ſurgentium molem et altitudinem animo complecti, et cogitatione aſſe-



qui

qui possis. Unum illud quod Scaliger miratur, quomodo singuli homines tam longos remos moliri possint, ex Athenæo disces. in descriptione navigii à Philopatore Ptolemæo constructi ordinum quadraginta. Κώπας δὲ Θρανιτικὰς ὀκτὼ καὶ τριάκοντα πηχῶν τὰς μεγίστας, αἳ διὰ τὸ μόλυβδον ἔχειν ἐν τοῖς ἐγχειριδίοις καὶ γεγονέναι λίαν εἴσω βαρεῖαι κατὰ τὴν ζύγωσιν, εὐήρεις ὑπῆρχον ἐπὶ τῆς χρείας. *Remos autem in supremo thranitarum versu habebat longissimos octo et triginta cubitorum, tractatu et remigio in usu faciles, quia ob plumbum manubriis additum introrsùm graves essent*; quare pondus hoc, tanquam in librili, cujus hypomochlium in scalmo sit, expeditum præstitit remorum usum. Neque tamen inficias iverim, haud absurdum mihi videri, binos remiges longissimis his remis admotos. Singulos quidem certè remum suum duxisse in longâ navi, ex Argonautarum historiâ discere est.

Dant remo sua quisque viri, dant nomina transtris.
Hinc lævum Telamon pelagus tenet, altior inde
Occupat Alcides aliud mare, cetera pubes
Dividitur. ———

Verum in tantâ mole et tot ordinibus exstructâ illud non satìs assequor, quomodo non altiùs multo assurrexerit ordo quadragesimus: ut thranitæ summi remo octo et triginta cubitorum, cujus pars non exigua intrà navem versaretur, mare potuerit suis palmulis ferire. Quod ut clarius sit, posito abaco calculum ex sententiâ subducam; hominis sedentis altitudo ab osse sacro ad summum capitis verticem, si modicè sumas, tribus pedibus Romanis non est minor: atqui ut assurgas, et totis viribus remum adducas, id fieri nequit, si in solo cruribus porrectis sedeas, sed aliquâ altitudine sedilis opus est: hinc igitur pes unus accedat positæ altitudini, fiunt pedes quatuor; tantóque, ut minimum, intervallo transtrorum altitudo disjungi debuit. Certè si quatuor pedes quadragies sumas, conflantur pedes centum sexaginta, quo intervallo thalamitæ remiges infimi à thranitis, qui in summo remigabant, inter se essent disjuncti; et propterea altitudo, quæ à foris, et summis lateribus navis ad mare pertingeret, longè adhuc major. Atqui constat, hanc navem à summâ puppe ad mare usque, tantùm fuisse altitudine cubitorum trium et quinquaginta, in lateribus autem multò minore. Ipse Athenæus ab acrostolio octo et quadraginta prodidit; qui sunt pedes tantum duo et septuaginta; ut neutiquam dimidiam habuerit eam altitudinem, quam nos suprà conflaveramus. Thalamitæ quidem certè aquæ propiores brevioribus utebantur remis, et ideò pars remi interior à scalmo ad manubrium minor; et ipsi in transtris, navis lateribus admodum vicini, quantòque unusquisque ordo altiùs assurgeret, tantò longioribus remis opus erat, et ad eos moliendos longiore radio, et à scalmis distantia; ut hoc ordinum recessu aliquid loci accesserit inferioribus, et inferioris remigis vertex absque impedimento altitudine pectus proximè superioris ordinis æquare potuerit; maximè verò cum alternis ordinibus ita remi sint ordinati, ne omnes ad lineam per sua columbaria, tanquam ad perpendiculum exerti sibi mutuò essent impedimento: sed alternis, ut in possessionem hoc pacto, quasi in vacua maris parte mitterentur: ídque ita in plurium ordinum navibus accuratè observatum, vero videtur non absimile; quousque remus superior et longior, inferiori et breviori,

Conjecturæ de remigum in diversis ordinibus positorum distantiis à se invicem.

viori, poſt tertium aut quartum ordinem ampliùs impedimento eſſe non poſſet. Et navis quidem ipſa hoc pacto tanto remigio, et tot navalibus pedibus concitata, per mare curreret. Illud verò etiàm ad hujus nodi ſolutionem palmarium mihi videtur: quantumnam ejuſdem ordinis remigum, ipſorum inter ipſos intervallum fuerit: ea enim res percepta omnem caliginem amolietur. Ego quidem illud obſervaviſſe mihi videor, tranſtra non in omnibus navigiis eodem intervallo diſſita; ſed alibi longiùs, alibi propiùs, à ſe mutuò abfuiſſe. Idque duarum argumento oſtendam. Philopatoris quadragintaremis à remigibus quater mille incitabatur; qui numerus per quadraginta diviſus dabit centum remiges; et ideò in ſingulis lateribus quinquaginta in porrectum. Atqui hoc navigium erat 280 cubitos longum, qui ſunt pedes 420: hinc ob carinæ, et tropidis curvaturam in prorâ et puppe deducantur 60, reliqui 360 per numerum remigum 40 diviſi, dabunt ſingulis ſpatium moliendo remi manubrio pedum novem: cum corporis et brachiorum agitatio in adducendis remis quatuor, aut quinque pedum interſcalmio duntaxàt opus habeat; ut intermedium hoc ſpatium ordini proximè inferiori lucro accedat. Atque ita in ſequentibus porrò, alternis vicibus intervalla paria aptando, ut ſuprà in expreſſâ hâc triremi. Atqui quod omnem fidem excedat, neque ſatìs ipſe demirari poſſum; certum eſt, thalamitas à thranitis, imos, inquam, remiges à ſupremis, in hac teſſeraconteri minùs quadraginta pedum altitudine fuiſſe disjunctos. Idque ex poſitâ remorum longitudine ita diſces. Concipiamus enim triangulum rectangulum æquicrurum, cujus hypotenuſa, ſeu latus recto angulo ſubtenſum, ſit ipſa remi exerti longitudo; altitudo verò ſit diſtantia à ſcalmo ad mare. Conſtat enim, minore ad navis latus angulo remi molitionem fore nimìs moleſtam, et minùs tractabilem. In hoc igitùr triangulo quadratum à crure uno, eſt dimidium quadrati ab hypotenuſâ; remi autem longitudo quidem univerſa datur cubitorum duo de quadraginta, qui ſunt pedes ſeptem et quinquaginta: atqui pars remi a ſcalmo ad manubrium, ut commodè agitari poſſit, aliquâ longitudine eſſe debuit, et ad reliquam partem exertam rationem habere tolerabilem. Eſto itaque ea pars pedum tantum ſeptem, ut quàm parciſſimè ſumamus; reliquum igitùr à ſcalmo ad mare fuerit pedum quinquaginta; cujus quadratum ſit 2500, dimidium 1250, latus hujus dimidii eſt minus ſex et triginta pedibus. Ita ſinguli ordines, cum ipſâ tranſtri craſſitie, vix unius pedis intervallo fuerint diſjuncti: ut nefas ſit credere, hæc tranſtra à remigibus occupari potuiſſe, niſi forsàn eos, tanquam haleces et ſalſamenta, ſtipatos intelligas. Jam reliquum porrò ſpatium ſuprà thranitas ad navis fores, in triclinia, cubicula, et alios uſus tributa, ac diſtincta, non erit dubium ei, qui Athenæi verba paulo diligentiùs examinare animum induxerit. Neque adeò ex his difficultatibus et anguſtiis, in quas remorum menſura nos præcipitavit, ullâ ratione extricare poſſumus, niſi illud concedamus, ordines imos rarioribus remis incitatos, ſummos pluribus; et prætereà aliquam partem receſſui ſuperiorum concedamus, qui longioribus manubriis ſuos remos molirentur. Et hâc viâ illud effici video; has quippe moles duntaxàt ad oſtentationem, nulli uſui fuiſſe inſtitutas; quod utique veriſſimum eſt. At in Memnonis apud Photium excerptis, octeris Ptolemei Cerauni faciliorem habet explicationem, ubi numerus remigum etiàm longè major

eſt,

eſt, centum nempe in verſum: fuítque hic remigum numerus, illius duplus ſeſquialter; et ideò tranſtrorum in altitudine diſtantia paulo fuerit major: namque hic ob multitudinem remigum, inferiores ſuperioribus omninò ſubjici potuerunt. Si in hac octeri diſtantia tranſtrorum in ſingulis ordinibus, et eodem verſu tanta fuiſſet quanta in illâ teſſaraconteri, longitudo hujus octeris facilè 900 pedes exæquaſſet, et plus quam dupla fuiſſet illius; quod nemini ſano in mentem venire poſſe crediderim. Quamobrem ut hujus longitudo minor quidem fuerit, quam illius quadraginta ordinum, ita diſtantia inter thalamitas imos et thranitas ſupremos, non fuerit multò minor quadraginta pedibus, ut inter ſingulos ordines quinque pedum diſtantia intercedat. Sin autem minus aſſumas in ſingulis, et huic ſummæ ideò aliquid quoque decedet. At illa teſſaraconteris tantùm oſtentationis gratiâ facta videtur, cum vix loco ſuo moveretur, ſed tanquam ædificium ſuis ſedibus affixum hæreret. Magìs mihi placet Archimedis induſtria, qui tantùm vigintiremem in majore navigio conſtruxerit, quæ adeò vaſtâ mole etiam concinniùs expeditiúſque per mare curreret: nam Syracuſis Alexandriam uſque, onuſta frumento, Ptolomæo regi dono miſſa eſt. Verùm, ut diximus, iſta ludibria tantùm fuerunt regum in mari laſcivientium. Atque hæc quidem de inventoribus, magnitudine, et formâ navium nunc utcunque dixiſſe ſufficiat. Supereſt ut doceamus quemadmodum curſum in medio mari regere inſtituerint, **De modo navigandi, ſeu curſum navis dirigendi, apud Veteres.**

ἄλοκα Νηρείας ϖλακὸς
τέμνοντες, ἀϛιβῆ πόρον·

ubi nulla pedum apparent veſtigia, quæ ſecuti optatum iter tenerent, et ad portus deſtinatos pervenirent. Certè ſatìs conſtat, iſtos, qui primi maria tentare auſi fuerunt, ei ſe timidè commiſiſſe; et tantùm littora legere, neque è terrarum conſpectu longiùs uſquam diſcedere ſolitos: ut nocte ingruente in portum ſe reciperent, vel in ipſo adeò littore quieſcerent.

Sol ruit intereà, et montes umbrantur opaci.
Sternimur optatæ gremio telluris ad undam
Sortiti remos, paſsímque in littore ſicco
Corpora curamus: feſſos ſopor occupat artus.

Quem morem etiamnum hodiè maris mediterranei accolæ uſurpant, ut ingruente tempeſtate ſeſe versùs littora recipiant: cum longè ſatiùs ſit tunc navem alto mari committere, ubi nulla fluctuum agitatio reciproca, quibus naves quaſſantur et diſſolvuntur. Poſtquam verò etiàm animis ad omne periculum obfirmatis, in alto mari, in navis foris et tranſtris pernoctari cœptum: tunc etiàm tempora navigationi opportuna notata, et legibus ſunt definita; ut quâ anni tempeſtate naves ſubduci, et quâ in mare deduci expediat, omnibus definitè conſtaret. Ita in actis Apoſtolicis cap. 27, vides navigationis tempus periculoſum et intutum cenſeri: καὶ ὄντος ἤδη ἐπισφαλοῦς τοῦ πλοὸς, διὰ τὸ καὶ τὴν νηϛείαν ἤδη ϖαρεληλυθέναι; *cum*, inquit, *jam eſſet navigatio periculi plena, quod tempus jejunii* (Judaici intellige, decimo die menſis ſeptimi, quo hircus expiationis offerebatur) *jam præteriiſſet.* Eandem anni tempeſtatem in animo habebat poëta, apud quem Dido Æneam fugam molientem increpitat:

Quin

Quìn etiam hyberno moliris sidere classem,
Et mediis properas aquilonibus ire per altum,
Crudelis. Quid ? si non arva aliena domósque
Ignotas peteres ? et Troja antiqua maneret ?
Troja per undosum peteretur classibus æquor ?

Nam ex die tertio Iduum Novembris, usque in diem sextum Iduum Martiarum, [id est, à die duodecimo Novembris ad diem nonum Martii,] maria claudebantur. Et Plinio quoque, Ver navigantibus aperit maria, cujus in principio Favonii molliunt cœlum. Atque tunc, ab eo primùm tempore, mundus in suas plagas accuratiùs quoque tributus. Ut enim decempedatores in terrâ, agris ad ferri rigorem degrumandis, meridianum et cardinem suum designant : ita miseri isti ἁλίπλαγκτοι, undarum fluctibus jactati, signa quærere instituerunt, unde certi essent quas in oras, quo ventorum flatu ferrentur, ut ita regionum maritimarum situm feliciùs explicarent. Et ad hanc rem, quoque cœlum ipsum in partes vocatum, ut ad siderum conspectum cursus regerent.

——— felix stellis qui segnibus usum,
Et dedit æquoreos cœlo duce tendere cursus.

Phœnices in hâc arte præcellebant.

Phœnicum ea fuit potissimùm gloria, qui, ut reliquos mediterranei maris accolas, mercaturæ et mercium exportandarum studio superaverunt, ita sideralis scientiæ gloriâ illis quoque præcelluerunt. Et Solem quidem interdiù secuti meridiei et septentrionis plagas haud difficultèr dispunxerunt : noctu autem à Cynosurâ toti pendebant, quod ea à polo proximè abesset. At Græci latiore specie contenti Helicen spectabant ; id enim passìm à veteribus inculcatur,

Esse duas Arctos, quarum Cynosura petatur
Sidoniis, Helicen Graja carina notet.

Hujus fiduciâ freti Tyrii Sidoniíque non solùm omnia maris mediterranei littora frequentare, et ultimas ejus oras adire ; sed etiàm coloniam extrà ejus ambitum in mari Oceano Gades deducere ausi sunt. Horum operâ hominum sapientissimus, rex Solomon, quoque usus, aurum longè ex Ophiro per mare Æthiopicum petere instituit, et suam classem cum classe Hirami Tyriorum regis conjunxit : atque id quidem tanto tempore ante, quàm Taprobane insula in illis partibus vel fando Occidentalibus esset inaudita, quibus post tot secula in admiratione fit, Annii Plocami libertus tempestate in eam delatus. Hæc igitur observatio multa sæcula duravit, ut, religiosè vitatâ tempestatum sævitiâ, tantùm commodis istis mensibus navigarent. At piratæ primum coëgêre mortis periculo in mortem ruere, et hiberna experiri maria. Nunc idem avaritia cogit. Neque id solùm in mari mediterraneo, cujus spatia brevissimo tempore percurri possunt, (In tantum, ut Galerius à freto Siciliæ Alexandriam septimâ die pervenerit, Bibulus sextâ, ambo præfecti ; æstate verò proximâ Valerius Marianus ex Prætoriis senatoribus, à Puteolis nono die lenissimo flatu, ait Plinius ; Itémque Gadibus extrà Herculis columnas Ostiam septimo die, à citeriore Hispaniâ quarto, à Provinciâ Narbonensi tertio, ab Africâ altero perveniri, idem prodit:) Sed in ipso

ipſo vaſtiſſimo Oceani maris æquore; ubi ſæpe aliquot menſium ſpatio nullæ uſquam

Apparent terræ; cœlum undique, et undique pontus:

ubi illæ veterum de cœlo obſervationes non ſint unius aſſis; cum ventis ſævientibus mare ex imo fundo vertitur, coactóque in nubem aëre, nimbis diem ipſum involventibus: et maximè quoque, cum

——— jam occidente ſole inhorreſcit mare,
Tenebræ conduplicantur, noctíſque et nimbûm occœcat nigror.

Cum, inquam, cœci in undis oberrant, neque in illo vaſto gurgite viæ amplius meminiſſe poſſunt; ſed modò huc, modò illuc è deſtinato curſu undarum impetu excutiuntur. Hìc igitur non cœli, non ſiderum conſpectus miſeros illos vel filum juvat; longè alio ξεναγώγῳ utique opus eſt, quíque ſemper et quoties libet, non è cœlo illis petendus ſit, ſed ante oculos et in manibus verſetur; unde, ſi nihil aliud, ſaltèm iſtud cognoſcant, quam in plagam navis curſum moliatur: et quamvis vel undarum vi, vel ventorum furentium fragore et impetu, è recto curſu diverſi ferantur, ut nihilominùs ipſis è veſtigio conſtet, in quam plagam puppis ſe verterit, et quanto impetu concitata feratur. Neque verò iſta operoſiùs erant inveſtiganda, aut extrà hunc globum longiùs petenda; quin ipſa Terra parens nobis duntaxàt erat adeunda, illi vota faciunda, quæ ubique nobiliſſimo magnete fœta, ſponte eum è viſceribus ſuis in lucem profert, ut ejus ope, tanquam prætorio edicto, humanum genus in ipſius Maris poſſeſſionem quoque mittatur. Magnetem enim lapidem ferrum trahere, et eam vim attrahendi in ipſum ferrum transfundere, jam olìm pro miraculo à veteribus fuit jactatum. Plato in dialogo cui Io nomen fecit, ὥσπερ ἐν τῇ λίθῳ, ἣν Εὐριπίδης μὲν Μαγνῆτιν ὠνόμασεν, οἱ δὲ πολλοὶ, Ἡρακλείαν. καὶ γὰρ αὕτη ἡ λίθος οὐ μόνον αὐτοὺς τοὺς δακτυλίους ἄγει τοὺς σιδηροῦς, ἀλλὰ καὶ δύναμιν ἐντίθησι τοῖς δακτυλίοις ὥσπερ δύνασθαι ταὐτὸν τοῦτο ποιεῖν ὅπερ ἡ λίθος, ἄλλους μὲν ἄγειν δακτυλίους, ὥστε ἐνίοτε ὁρμαθὸς μακρὸς πάνυ σιδηρίων καὶ δακτυλίων ἐξ ἀλλήλων ἤρτηται. πᾶσι δὲ τούτοις ἐξ ἐκείνης τῆς λίθου ἡ δύναμις ἀνήρτηται. *Sicuti*, inquit, *contingit in illo lapide, quem Euripides cognominavit* Magnetem, *plerique* Herculeum. *Is enim lapis non modò annulos ferreos attrabit, ſed et ipſis annulis vim communicat idem faciendi ac ipſe lapis, ſcilicet, attrahendi alios annulos, ita ut longiſſima quidem ferreorum annulorum ſeries continuo quodam textu aptetur: ad quos omnes ex illo lapide vis ea omninò pertinet.* Hoc quidem noviſſe haud magni noſtra intererat: at ejus cauſam intellexiſſe, id demùm erat naturæ fontes recluſiſſe; unde rei maritimæ et majeſtas et uſus in ſolidum dependet. Et, cum illa magnetis efficientia naturalis attrahendi ferri, tot jam ſæculis ab hominibus induſtriis notata et obſervata ſit; nemini tamen omnium, ἔτι κατ᾽ ὄναρ, in mentem venit, aliam longè nobiliorem hujus efficientiæ cauſam ſubeſſe. Haud multa ſæcula fluxerunt ab eo tempore, cum in Campaniâ, vel caſu, vel ſtudio, notatum ſit, Magnetem lapidem ſuos habere polos, quos ad mundi polos convertat; ut et axem ſuum contrà mundi axem parallelo ſitu dirigat: neque ita tantùm ferrum aut chalybem ſuâ contagione inficere, ut id ſolum affectet, ut illa ad ſe trahat: ſed multo maximè, ut vim illam per terrena omnia diffuſam illi indat, quâ affecta ipſa acus ſemper ſuam

De lapide qui *magnes* nominatur, et qui ferrum ad ſe trahere obſervatur.

Quadringentis ferè abhinc annis in Campaniâ compertum eſt, acum ferream à magnete vivificatam ſeſe ſemper verſùs Septentrionem convertere.

ſuam lineam meridianam ſpectet. Sagaciſſimum naturæ myſtem eum fuiſſe oportet, cujus operâ et induſtriâ illud primum è ſecretioribus naturæ adytis erutum et inveſtigatum ſit. Attamen tanti inventi gloria nullo titulo ſingulari circumfertur; cum minimarum et viliſſimarum rerum inventores ſuos habeant titulos, ſua nomina, hâc autem in re adeò illuſtri, vel ſolo gentis titulo contenti ſimus oportet. Et quemadmodùm olìm Phœnices audiebant multarum rerum inventores, cœli, ſiderum, navigationis, multarùmque aliarum artium: ubi tamen non homini, ſed genti ea gloria adſcribitur: idem hìc uſu venit, ut non quis, ſed quâ è gente, auctor et inventor adeò divinæ rei exſtiterit, nobis duntaxàt conſtet. Vix anni quadringenti ſunt, ex quo adeò memorabile et maritimis itineribus opportunum inventum erutum, et in lucem prolatum ſit. Acus enim pyxidulâ coërcita, ſuo ſeſe imperio et ductu in eandem plagam conſtantèr vertit: ut vix ullis aut ſolis, aut ſiderum, obſervationibus ſit opus; quin adeò ita mundi plagæ multo accuratiùs inveſtigantur, dum ſolam pyxidulam quæ ante pedes eſt, identidem inſpectant, ejúſque ductum accuratè obſervant.

——— Nec te ſpectare Bo-oten,
Aut Helicen jubeo, ſtrictúmque Orionis enſem.
Hâc duce carpe viam.———

Hujus enim fiduciâ Itali primum, inde etiam Hiſpani, externa maria tentare, atque inſulas Canarias in Oceano, haud longè ab Africano littore diſſitas, frequentiùs adire inſtituerunt: cum ipſis perpetuò in manibus, et ante oculos verſaretur norma, ſecundùm quam curſûs plagas regere poſſent; neque id ſolùm ad tetrantes, ſed octantes quoque, et alias minores peripheriæ partes. Quod ab eo tempore factitari cœptum, quouſque proceſſerit, haud facilè dixerim. Iſtud quidem memoriæ proditum eſt, Navarchum illum (cujus tamen nomen non magìs ſcitur, quàm illius, qui omnium primus in acum nauticam magnetis vim verſoriam transfundere docuit) qui primus mortalium ultrà Maderam, in oppoſitum Americæ littus, ſive ſtudio, ſive caſu fatis ita ducentibus, penetraverit, ejúſce rei adumbratam quandam cognitionem habuiſſe. Hic enim â primâ uſque adoleſcentiâ diverſis, et, proùt tunc tempora ferebant, longinquis, navigationibus exercitus, in Americam ſecundo vento delatus; inde converſo curſu in Maderam navi appulsâ, pluſculis è ſuorum numero deſideratis: ipſe quidem redux, ſed adeò longo itinere fatigatus, et labore fractus, apud Chriſtophorum Columbum, natione Ligurem, qui tum illìc chartis hydrographicis delineandis vitam tolerabat, expiravit; lineamentis itineris ex pyxide, et parallelo loci ipſi indicato. Hæc incitamento poſteà Columbo fuêre, ut tanto ſtudio, manibus pedibúſque obnixè eam expeditionem urgeret; ut nihil non moverit; et apud Ligures ſuos Genuenſes; et apud Henricum ſeptimum Angliæ; Alphonſum quintum Luſitaniæ; Ferdinandum et Iſabellam Caſtiliæ reges; donec tandem, propoſiti tenaciſſimus, apud Caſtiliæ reges voti compos factus, Terras iſtas, tanto tempore noſtro orbi ignotas, primus detexit, et opes immenſas, miſeris et pacatiſſimis illis mortalibus ereptas, in Hiſpaniam intulit. Sed pari planè cum ſociis ſuis fato uſus, quo Argonautæ, è Colchide opima ſpolia referentes, defuncti ſunt.

Navarchus quidam (cujus nomen ignoratur) annis aliquot ante Columbum, in Americæ littus ſecundo vento eſt delatus.

Quiſquis

Quiſquis audacis tetigit carinæ
Nobiles ramos, nemoríſque ſacri
Pelion denſâ ſpoliavit umbrâ:
Quiſquis intravit ſcopulos vagantes,
Et tot emenſus pelagi labores,
Barbarâ funem religavit orâ,
Raptor externi rediturus auri;
Exitu diro temerata Ponti
Jura piavit.

Sed ad generoſum Andaluſium illum Navarchum revertamur. Omninò extrà controverſiam ſtatuendum eſt, eum pyxidis nauticæ adminiculo, anguli inclinationis æſtimatione, et confecti itineris conjecturis uſum; locorum ſitum, terrarúmque, ad quas appulerat, diſtantiam utcunque expreſſiſſe. Quod acûs magneticæ directionem adhibuerit, id quidem ex nupero tum invento aſſumptum: itineris autem confecti quantitas ex curſûs velocitate aut tarditate jam olìm quoque in mari æſtimari ſolita. Diſertè id monet Herodotus in Melpomene, ubi Euxini ponti cum longitudinem tum latitudinem nobis hâc ratione definit: Τῦτο μὲν, φησὶ, μῆκος εἰσὶ ςάδιοι ἑκατὸν καὶ χίλιοι ϗ μύριοι. το δὲ εὖρος, τῇ εὐρύταΐος αὐτος ἑωυτοῦ, ςάδιοι διηκοσιοι ϗ τρισχίλιοι. *cujus longitudo eſt undecim millium ac centum ſtadiorum: latitudo (quâ mare latiſſimum eſt) trium millium et ducentorum.* Inde menſuræ rationem explicat: Μεμέτρηται δὲ ταῦτα ὧδε· νηῦς ἐπίπαν μάλιςα κη καΐανύει ἐν μακρημέρῃ ἡμέρῃ ὀργυιέας ἑπΐακισμυρίας, νυκτὸς δὲ, ἑξακισμυρίας. ἤδη ὦν ἐς μὲν Φᾶσιν ἀπο τοῦ ςόματος (τῦτο γάρ ἐςι τοῦ Πόντυ μακρόταΐον) ἡμερέων ἐννέα πλόος ἐςὶ, καὶ νυκΐῶν οκτὼ. αὗται ἕνδεκα μυριάδες ϗ ἑκατὸν οργυιέων γίνονται· ἐκ δὲ τῶν οργυιέων τυτέων, ςάδιοι ἑκατὸν ϗ χίλιοι καὶ μύριοί εἰσι· ἐς δὲ Θεμίσκυραν τὴν ἐπὶ Θερμώδονΐι ποΐαμῷ ἐκ τῆς Σινδικῆς (καὶ τῦτο γάρ ἐςι τῦ Πόντυ εὐρύταΐον) τριῶν τε ἡμερῶν καὶ δύο νυκτῶν πλόος. αὗται δὲ, τρεῖς καὶ τριήκονΐα μυριάδες ὀργυιέων γίνονται, ςάδιοι δὲ, τριηκόσιοι καὶ τρισχίλιοι. *Hæc autem* (inquit) *ita dimenſa ſunt. Navis, diebus longioribus, ut ſummum quotidiè conficit ſeptuaginta millia orgyiarum (orgyia autem ſex pedibus definitur) noctu verò ſexaginta millia. Itaque è faucibus Ponti ad Phaſin (hoc enim eſt Ponti longiſſimum) novem dierum eſt navigatio, et octo noctium, quæ fiunt mille centum ac decem millia orgyiarum, hoc eſt, ſtadiorum undecim millia ac centum. E Scyticâ autem uſque ad Themiſcyram, quæ eſt ſuprà flumen Thermodontem (hic namque ponti latiſſimum eſt) trium dierum duarúmque noctium eſt navigatio, quæ fiunt orgyiarum trecenta ac tria millia, hoc eſt, ſtadiorum tria millia ac trecenta. Hunc igitùr in modum Pontus, ac Boſporus, et Helleſpontus à me dimenſa ſunt.* En, ſuam fidem interponit ſcriptor accuratiſſimus et fide digniſſimus, non appellat alienam. Vides, eum interdiù aërem laxare, noctu contrahere: quod facilé intelliges, ſi cogitabis, parallelum quadrageſimum quintum per medium Ponti exporrigi, longiſſimæ autem diei ſpatium eſſe horarum quindecim cum ſemiſſe: noctíſque breviſſimæ, octo cum ſemiſſe; et quamvis pro ventorum vario impetu naves modo vehementiùs, modo tardiùs impellantur, Herodotum tamen hìc mediocritatem quandam videmus in horum intervallorum æſtimatione ſecutum. Haud abſimili ratione diſtantiam inter Rhodum et Alexandriam quinque ſtadiorum millibus, inter Carthaginem et Lilybæum (quæ Straboni quidem ſtadiorum mille quingenta ſunt, Polybio autem mille tantùm,)

tantùm,) æſtimatam fuiſſe haud eſt dubium; atque alia hujus generis apud Hiſtoricos et Geographos infinita, quæ tamen omnia nimiùm lubrica et præter veritatem ab iis ita definita eſſe experientia convincit. Certè, quamdiù pyxidis nauticæ directio illis ignota fuit, tamdiù quoque illos omnes ratio benè divinandi fugit; hoc enim verè erat Ariadnes filum, quo ſolo et curſus, et curſuum menſuræ reguntur.

——— Nullis iterata priorum
Janua difficilis, filo eſt inventa relicto.

Si βηματίςαι, menſores itineris Alexandri magni, Diognetus et Beton, eam rationem eſſent ſecuti; et poſteà Romani decempedatores, Zenodoxus, Theodotus, Polyclitus, Julii Cæſaris autoritate miſſi ad menſurandum orbem univerſum Romano imperio ſubjectum, magna veteris Geographiæ lux hoc labore acceſſiſſet; ſed iſta tantùm optantium vota ſunt. Nunc autèm porrò videamus quemadmodum ex harum duarum collatione paulatìm præcepta et regulæ regendis navium curſibus ſint expreſſæ. Initio quidem certè minùs commodè, quamdiù tabulas hydrographicas ita in plano deſignabant, ut omnes parallelos æquales inter ſe conſtituerent. Tunc enim minorum parallelorum partes, ſimilibus majorum partibus pariare erat neceſſe; inde cum ſub aliquo parallelo decurrerent ſingulis gradibus, tantum tribuebant quantum uni gradui in maximo circulo cedit; qui error ut ſit intolerabilis; ita haud ſcio, an Ptolomæus ipſe in ſuâ Geographiâ non perinde in Geometriæ principia impegerit, cum in globo tanquam in plano ſubtenſam angulo recto è crurum quadratis eruerit. Mitto ejus hallucinationes fædiſſimas, in crurum quantitate æſtimandâ. Sed iſte error non ipſi; verùm imperitis itinerum βηματίςαις imputandus ſit; à quibus ille ſua derivavit et exſcripſit, gratâ poſteritatis memoriâ. Illi quidem navarchæ, quamdiù intrà ſextum et triceſimum parallelum ſubſiſterent, vix quintâ gradûs parte à verâ menſurâ abiverunt diverſi: et quanto propiùs ad æquinoctialem accederent, tanto minus erroris illorum conjecturis objiciebatur. Atque hic loxodromiarum angulos per rectangulorum triangulorum calculum exprimere occeperunt; ubi illud quidem hactenùs rectè: Loxodromiæ cujuſcunque ſegmenta intrà parallelos æquidiſtantes eſſe æqualia; et contrà; æqualem parallelorum circulorum diſtantiam, ſimilium Loxodromiarum ſegmenta ubique æqualia intercipere. Hæc, inquam, quamvis verè et legitimè ab ipſis notata; et ab hydrographis eam artem tractantibus, ex triangulorum planorum doctrinâ non nimìs accuratè in quaſdam tabellas ad hanc rem factas eſſent congeſta, quas etiàm poſteà Nonius ad incudem revocavit: non potuerunt tamen iſtæ hâc viâ legitimè demonſtrari, quia tabulis geographicis planis, et quadriangulis illis eſſent inædificatæ. Ita quod dicitur ἡ τύχη τὴν τέχνην ἐγέννησε. hâc leviculâ occaſione, tanquam naſcentis artis ſcintillâ quâdam, ſub annum 1530 excitatus ἀκριβέςατος ille Petrus Nonius, hanc eandem doctrinam paulo altiùs arceſſere inſtituit; et à pſeudographiâ, ad Globum ipſum provocavit. Qui, pro ſummâ ſuâ induſtriâ, et quâ pollebat ingenii dexteritate, multa eruit; et multis acceſſionibus priorum inventa collocupletavit. Neque eum piguit earum linearum affectiones, quas navium curſus ad ξιναγωγίαν magneticæ acûs deſcribunt, libro ſingulari explicare. Poſt, elapſis aliquot annis, libro ſecundo de Regulis et Inſtrumentis

De chartis Hydrographicis.

Petrus Nonius chartarum Hydrographicarum doctrinam emendat et promovet.

ſtrumentis eadem multo fuſiùs deſcripſit, et harum linearum proprietates accuratiùs eſt perſecutus. Etſi in iis non rarò ἠςόχησε, minùs feliciter verſatus ſit; et in magnas difficultates ſeſe præcipitaverit. Palmarium illud, quod Loxodromiam noſtram (Rumbum ille, voce ſuæ gentis, appellat) lineam verè ἑλικοειδῆ, et totam ſui generis, in Sphæricorum triangulorum τεμάχια, et minutal quoddam conciderit. Atque hinc ei prima illa mali labes, ut non rarò hic ceſpitet; neque hanc navem ſalvam in portu collocârit. Quæ res tantum abeſt ut ejus exiſtimationi quicquam derogaverit; ut etiàm alios ſummos viros ad eadem accuratiùs indaganda excitaverit; qui in rebus Mathematicis, et Geographicis verſatiſſimi, ſingulari ſtudio Loxodromiarum affectiones et uſum ſcrutati ſunt. Ejus enim explicationem rebus maritimis non utilem ſolùm; ſed quàm maximè neceſſariam viri perſpicaces facilè intelligebant; quantùmque ab hujus abſolutâ et caſtigatâ cognitione abeſſent, tantum quoque à perfectione ſuâ hanc ipſammet ſcientiam abeſſe, non erant neſcii. Et eas quidem lineas alii in globo ipſo; alii in chartis Hydrographicis, quæ analogiâ ſuâ globo propiùs reſponderent, ſummâ curâ deſignare et exprimere ſunt conati. Quâ in re vir doctiſſimus, et Geographorum diligentiſſimus, Gerardus Mercator, non inutilem operam poſuiſſe meritò ſit judicandus; et poſt eum in Belgio etiam complures alii, et Stevinus quoque noſter in ſuo magno opere. In Galliis quoque haud pauci. In Britanniâ reliquis diligentior Edowardus Wricht; inde Robertus Hues, et, ut audio, alii complures. Sed, ut ingenuè dicam quod res eſt, Coronis, et operis perfecta delineatio deſiderari videbatur; ut quantum Loxodromiæ ſingulæ, et earum partes in longitudine evariarent ad minutum conſtaret; neque id rudi, aut mechanicâ aliquâ factione; ſed accuratiore illâ, quæ minimas quaſque particulas ſubducit. Id igitur ſecutus ſum, ut ab ipſo fundamento omnia ſolidè demonſtrata, et ordine conſtituta nunc demùm exhiberem. Utque momenta demonſtrationum noſtrarum non minus haberent firmitudinis, quam uſus facilitatis in praxi quotidianâ; antilogias hic omiſimus, quæque ipſam artem ſpectant duntaxat tractavimus: illas tamen in Scholis Hiſtiodromicis poſtmodùm relaturi. Tu iſta, benevole lector, tuo uſui et commodo, ad Divini nominis gloriam, quo omnia noſtra ſtudia contendunt, dicata habeto.

Et, poſt eum, Gerardus Mercator, et alii.

Ὑμεῖς δ' ἤπειροί τε, καὶ εἰν ἁλὶ χαίρετε νῆσοι,
Ὕδατά τ' Ὠκεανοῖο, καὶ ἱερὰ χεύματα πόντου.

Claudianus Præfatione Libri I.

INventâ secuit primus qui nave profundum,
Et rudibus remis sollicitavit aquas;
Qui dubiis ausus committere flatibus alnum,
Quas natura negat, præbuit arte vias.
Tranquillis primùm trepidus se credidit undis,
Littora securo tramite summa legens.
Mox longos tentare sinus, et linquere terras
Et leni cœpit pandere vela Noto.
Ast ubi paulatìm præceps audacia crevit,
Cordáque languentem dedidicêre metum,
Jam vagus irrupit pelago, cœlúmque sequutus,
Ægæas hyemes, Ioniúmque domat.

Plinius, Lib. xxxvi. Cap. 16.

A Marmoribus digredienti ad reliquorum lapidum insignes naturas, quis dubitet in primis Magneten occurrere? Quid enim mirabilius? Aut quâ in parte major naturæ improbitas? Dederat vocem saxis, ut vidimus responden-tem homini, imò verò et loquentem. Quid lapidis rigore pigrius? Ecce sen-sus manúsque tribuit illi. Quid ferri duritiâ pugnacius? Sed cedit et patitur mores: trahitur namque à magnete lapide, domitríxque illa rerum omnium materia ad inane nescio quid currit: atque, ut propiùs venit, assistit, tenetúrque et complexu hæret. Sideritin ab hoc alio nomine appellant, quidam Hera-clean. Magnes appellatus est ab inventore (ut autor est Nicander,) in Idâ re-pertus. Nam et pasśim invenitur, ut in Hispaniâ quoque. Invenisse autem fertur, clavis crepidarum et baculi cuspide hærentibus, cum armenta pasceret.

WILLEBRORDI SNELLII

T I P H Y S;

SIVE

DE HISTIODROMIÂ,

LIBER PRIMUS.

PROPOSITIO I.

Histiodromice est doctrina, quæ lineæ designatæ à navis cursu, magneticæ acûs ductum secutæ, affectionem et proprietates interpretatur.

NAVIS enim magister ita cursum dirigit ad optatam metam ut semper linearum certi generis ductum sequatur: et ad hanc rem acûs magneticæ situm atque angulos quos cum instituto cursu comprehendit sedulò speculatur. * Acum enim chalybeam, super axiculo cui incumbit mobilem, magnetis lapidis polo notio eâ parte tingi, quâ Boream spectet; et contrà ejusdem lapidis polo boreo, quâ Notum sit designatura; vulgò, opinor, jam notum est; atque ita eam semper boream inter et meridiem exporrigi. Sed tamen hunc situm aliquando à naturæ legibus descissere, ídque occultâ et latente aliquâ de causâ, jam diù experientia comprobavit. Quamvis enim magnes, ubi liberè movetur, insitâ sibi vi et facultate suis polis mundi polos affectet, et parallelo ad mundi axem situ, suo axe exporrigatur; ut ita quoque acus legitimè tincta secundùm locorum meridianos sese dirigat: nihilominùs ab hâc cujusque loci meridianâ lineâ, modò à septentrione in ortum, aliquando etiàm in occasum, aliquot gradibus declinare, deprehensum est. Et cum rectà Septentrionem spectat, eam χαλυβόδειξιν, tanquam situm acûs legitimum et proprium vocant: cum autem evariat, χαλυβόκλισιν ejus, ad meridianam lineam inclinationem indigitant. Ita in insulâ *Corvo* (insularum Flandricarum unâ, medio ferè inter

* Guliel. Gilbert, lib. 3. cap. 4.

Europam

Europam et Americam ſpatio) rectà ſeptentrionem ſpectat. Unde à quibuſdam ideò meridianorum omnium initium ab hoc meridiano derivatur. Hinc verſùs Americam contendentibus apex boreus in occaſum declinat: contrà Europam aut Africam petentibus in ortum evariat, nempe Pleimudæ in Angliâ 13. gr. 24. ſcr. et Londini 11. gr. 30. ſcr. Hic apud nos Amſterodami 9. gr. 30. ſcr. ut vulgò exiſtimatur, atque ita alibi alitèr. Verùm hujus evariationis Synopticam tabellam videto in Limeneuretică ingenioſiſſimi Stevini; cujus etiàm cauſas perveſtigare et eruere ſubtiliſſimè conatus eſt Guilielmus Gilbertus, Anglus, peculiari volumine huic rei dicato.

PROPOSITIO II.

Legitimus acûs magneticæ ſitus eſt loci linea meridiana.

HIC duntaxàt eſt legitimus, reliqui νοθεύοντα, ſunt adulterini. Nam occulta et inſita illa magneti mens, ita ejus molem agitat, ut polos ſuos et axem contrà Terræ axem parallelo ſitu exporrigat, niſi faſcinatione quâdam naturali ab hoc ſitu, etiàm aliquantum modò huc, modò illuc, avellatur; et ita acus quoque alibi alitèr atque alitèr declinet; cujus inclinatio tamen ſedulò eſt corrigenda; ſi ejus ductum cum fructu ſequi velimus.

PROPOSITIO III.

Acûs magneticæ ſitus adulterinus inventâ chalyboclìſi emendatur.

CUM incertum ſit, acûs-ne rectà ſeptentrionem et meridiem ſpectet, an verò ab eo ſitu in diverſum abeat, id ex ortu et occaſu ſolis ſiderûmque, aut eorum utrimque altitudinibus æqualibus, aut aliis modis denique deprehendi poteſt; et in mari ſolet: inde enim conſtat, an acus magnetica ita porrigatur ut peripheriam ab utriſque his lineis comprehenſam in plano horizontis biſecet; aut quantum à medio in partem alterutram diſcedat. Unde legitimus meridiani ſitus, et acûs magneticæ in alterutram partem aberratio definiatur. Sed iſta in ſcholas noſtras rejecimus; quas vide.

PROPOSITIO IV.

Hiſtiodromia eſt circularis, aut Loxodromica.

VELIFICATIONIS curſum, quâ acûs magneticæ ductum ſequitur, ita natura compoſuit, ut vel circulum aliquem, vel helicem quandam lineam delinearet, quam ab obliquitate *Loxodromiam* dicimus.

PRO-

PROPOSITIO V.

Velificationis cursus circularis efficitur, cum rectà in Septentrionem et meridiem, aut ortum et occasum dirigitur.

PROPOSITIO VI.

Velificationis cursus in Septentrionem aut meridiem maximi circuli peripheriam describit.

HOC enim pacto Navis semper in eodem meridiano versatur, sub quo inde ab initio constiterat. Atqui meridianos esse maximos Sphæræ circulos, nemini ignotum est qui vel levitèr Sphærica degustaverit. Itaque

Quindecim maritimorum milliarium cursus hic poli Elevationem uno gradu evariat.

Quantum maritima sive nautica milliaria à terrenis et horariis distent, infrà propositione octavâ dicetur.

PROPOSITIO VII.

Velificationis cursus in ortum aut occasum, sub æquinoctiali quidem maximum circulum, extrà autem eum semper huic parallelum describit.

SIT enim linea carinam mediam à prorâ ad puppim secans, quam τρόπιδα Græci vocant, meridiano quocunque in loco perpendicularis, tum quidem navis rectà ortum aut occasum spectabit. Et id meridiani segmentum cum carinâ sibi affixâ super mundi polis circumduci intelligatur; hæc igitur carinæ linea cum omnibus meridianis quibus hoc segmentum congruet angulos normales comprehendet: Et ita circuli peripheriam describet. Idem autem efficietur si carina suo produóque motu progressa per omnes meridianos normalitèr, hoc est, ortum aut occasum spectans, transeat. Hæc enim linea illi congruet. Et propterea, cum sub æquinoctiali erit motûs principium, per æquinoctialem decurret, donec, obito orbe, ad idem punctum unde moveri cœperat iterùm restituatur. Vel, si extrà æquinoctialem à quocunque tandem loco incipiat moveri, et conversionem motúmque continuet donec ad idem punctum revertatur, hoc utique ductu omninò istius loci parallelum designabit. Itaque constat Propositio.

PROPOSITIO VIII.

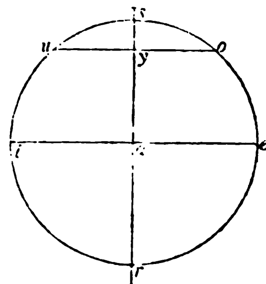
Sub æquinoctiali quindecìm milliaria maritima unum gradum in longitudine evariant; in parallelis etiàm amplius.

MENSURA itineris in rebus maritimis utramque facit paginam: abſque hâc enim omnis illorum Hydrographice, et portuum, littorum, atque inſularum deſcriptio, manca eſſet atque mendoſa. Sed neque hæc cum fructu in cenſum vocari poſſet, niſi ejuſdem comparatio cum terreni globi perimetro, aut perimetri parte aliquâ, legitimè cognoſcatur. Hinc adeò vulgò factum eſt ut gradum in partes ſecarent, et eas *milliaria*, pro ſuæ gentis conſuetudine, vocarent. Angli enim tot milliaria in gradu maximi circuli ſtatuunt quot in eo ſcrupula contineantur, nempe ſexaginta. Nos hâc in re Germanicam et aliarum gentium conſuetudinem ſecuti ſumus, qui quindecìm milliaria uni gradui attribuunt, cum Anglicum milliare quartam Germanici milliaris partem tantùm conficiat. Luſitani quidem, Nonio teſte, milliaria $16\frac{2}{3}$, alii $17\frac{1}{2}$, uni gradui imputant. Nos alibì docuimus 19 milliaria horaria uno gradu contineri, quorum ſinguli habeant pedes noſtros Rhiinlandicos 18000; quæ *terrena* indigitare ſoleo: vel 15 milliaria, ut ſingulis cedant pedes 22800, quæ tunc *maritima* voco; quia horum uſus à nauticâ conſuetudine non recedit. Unum tantùm addidi, quod palmarium erat, menſuræ modum *. Sed hâc de re vel ſcholas, vel Eratoſthenem noſtrum Batavum videto. Quot autem milliaria uni gradui in dato quocunque parallelo cedant, ſequenti theoremate ita explico.

PROPOSITIO IX.

Quemadmodùm radius ad ſinum complementi Latitudinis dati paralleli, ita quantitas unius gradûs in maximo parallelo, ad quantitatem unius gradûs in dato.

QUOT milliaria uni gradui in ſingulis parallelis cedant, id hâc expoſitâ analogiâ invenitur. Sit enim *s r* mundi axis, *i e* meridiani et æquinoctialis communis ſectio, *u o* paralleli et meridiani: *i e* igitùr et *u o* erunt ſuorum circulorum diametri, *a e* et *y o* radii. Ut igitur *a e* ad *y o*, ita tota peripheria deſcripta ſuper *i e* diametrum, ad peripheriam ſuper *u o* deſcriptam. Sed ut tota ad totam, ita pars ad partem ſimilem. Ut igitur *ae* ſinus totus, ad *y o* ſinum complementi peripheriæ *o e*, quæ menſura eſt latitudinis; ita unius gradûs quantitas in maximo circulo, 15 milliaribus marinis æſtimata, ad numerum milliarium quæ continentur in uno gradu dati paralleli. Ut, ſi quæratur magnitudo unius gradûs ſub parallelo 52 gr. 10 ſcr. complementum hujus eſt 37 gr. 50 ſcr. et ejus ſinus 61337; fiat igitur, ut 100000 ad 61337, ita 15 ad $9\frac{200}{1000}$ pro quantitate milliarium in uno gradu ſub dato parallelo comprehenſorum. Itáque



* Seu methodum inveniendi longitudinem unius gradûs in aliquo Meridiano.

PRO-

PROPOSITIO X.

Quadrans sinûs complementi dati paralleli per radium divisus dabit quantitatem unius scrupuli.

CUM enim per propositionem antecedentem sit, ut radius ad sinum complementi dati paralleli, ita 15 milliaria (tot enim milliaria in maritimis semper pro maximi circuli gradu assumimus) ad numerum milliarium unius gradûs in dato parallelo. Atqui, cum ita $\frac{1}{4}$ milliaris fiat $\frac{1}{60}$ gradûs, et ideò sit mensura unius scrupuli in maximo gradu; erit quoque ut radius ad sinum complementi dati paralleli, ita $\frac{1}{4}$ milliaris ad mensuram scrupuli in dato parallelo; vel per interpretationem transpositis terminis, ut radius ad quadrantem sinûs complementi dati paralleli, ita 1 milliare ad mensuram unius scrupuli *. Sit idem exemplum, quod priùs: sub parallelo 52 gr. 10 scr. cujus complementi sinus datur 61337: ejus pars quarta 15334 per radium divisa dabit $\frac{15334}{100000}$ milliaris, spatium unius scrupuli, sive minuti, in dicto parallelo. Et sanè id cum antecedente epilogismo congruit. Pars enim sexagesima de $\frac{9200}{10000}$ est $\frac{9200}{600000}$, seu $\frac{1533}{100000}$; quemadmodum suprà expressimus. Atque ita absque ullâ circuitione unius scrupuli, sive minuti, spatium in quocunque parallelo exhiberi potest.

PROPOSITIO XI.

Ut radius ad quadruplum secantis dati paralleli, ita milliaria quotcunque data ad numerum scrupulorum, sive minutorum, ipsis in eo debitorum.

CONVERSUM est utriusque antecedentis, si finem spectes. Illìc enim è datis gradibus aut scrupulis, sive minutis, milliaria ipsis congrua quæruntur. Hìc contrà è datis milliaribus scrupulorum numerus ipsis sub dato parallelo debitus inquiritur. Est enim demonstratum propositione nonâ et decimâ, radium ad sinum complementi dati paralleli esse, ut milliaria quotvis datæ partis in maximo circulo ad milliaria simili parti in dato parallelo respondentia. Et inversè igitur, ut sinus complementi dati paralleli ad radium, hoc est, ut radius ad secantem dati paralleli, ita milliaria in eodem parallelo ad milliaria simili peripheriæ in æquinoctiali debitæ. Porrò autèm, cum quindecìm milliaria gradum impleant; ideò quadruplum horum milliarium exhibebit numerum

* Erit enim ut radius ad quadrantem sinûs complementi dati paralleli, ita pars quarta unius milliaris ad quartam partem mensuræ scrupuli in dato parallelo, atque ideò unum milliare ad totam mensuram scrupuli in dato parallelo. Ergò si productum ex multiplicatione quadrantis sinûs complementi dati paralleli in unum milliare, hoc est, iste ipse quadrans, dividatur per radium, quotiens erit æqualis mensuræ unius scrupuli, sive minuti, in dato parallelo, seu numerus milliarium in uno scrupulo, sive minuto, ejusdem paralleli contentorum.

ſcrupulorum, ſive minutorum, ipſis in æquinoctiali debitorum, atque idem minutorum numerus in dato parallelo ſimili peripheriæ quoque reſpondet. Exemplo res erit illuſtrior. Ut ſi quæram in ſexageſimo parallelo quot ſcrupula 15 nauticis milliaribus reſpondeant. Fiat ut 10,000,000 ad 80,000,000, quadruplum ſecantis graduum ſexaginta; ita 15 ad 120. Dicam igitur, in ſexageſimo parallelo 15 milliaria occupare ſcrupula 120, qui ſunt duo integri gradus; quod omninò verum eſt. Nam in hoc parallelo ſinguli gradus dimidii ſunt eorum qui in maximo continentur: Quia hujus ſinus complementi, nempe 30 graduum ſinus, dimidius eſt ſinûs maximi. Sin verò plura aut pauciora fuerint milliaria quam 15, veritas tamen eadem fuerit: ſunt enim milliaria milliaribus et ſcrupula ſcrupulis proportionalia. Terçera inſula, Açorum, ſeu Flandricarum inſularum, una, ſub parallelo 39, abeſt ab Uliſſipone, Hiſpaniæ emporio (qui ſub eodem quaſi parallelo ſitus eſt) 250 milliaribus; quæritur quantum ſit longitudinis intervallum. Quadruplum ſecantis dati paralleli eſt 514,703. quare fiat ut 100,000 ad 514,703. ita 250 milliaria ad 1286¾ ſcr. qui ſunt gr. 21. ſcr. 26¾. Tot igitùr gradibus Terçera occidentalior eſt Uliſſipone.

PROPOSITIO XII.

Ut radius ad quadruplum ſummæ ſecantium inter datos parallelos incluſivè comprehenſorum; ita datorum milliarium ſummæ pars quota iiſdem parallelis cognominis, ad ſummam ſcrupulorum longitudinis, quanta ſingulis dictis parallelis ex datis milliaribus accedit.

THEOREMA eſt ex antecedente planum et indidèm derivatum. Sunto milliaria 10 tribuenda parallelis 20 ſingulorum ſcrupulorum intervallo diſtantibus à gradu latitudinis 52do excluſivè. Sunt itáque hìc viginti circuli; propterea, ut ſingulis parallelis æqualem partem attribuam, fiet milliaris ½, et quia dimidium milliare in his omnibus non occupat æqualem ſcrupulorum numerum, ſed majorem in minoribus, minorem in majoribus, ideò ſigillatìm erit de ſingulis concludendum; ut radius ad quadruplum ſecantis 52 gr. 1 ſcr. ita ½ milliaris ad minuta in hoc parallelo ſibi debita. Et rurſùm, ut radius ad quadruplum ſecantis 51 gr. 2 ſcr. ita ½ milliaris ad ſcrupula ſua in iſto. Atque ita porrò ad ultimum limitem. Erit igitur per Compoſitionem proportionis arithmeticam, ut Radius ad quadruplum ſummæ omnium ſecantium, ita ½ milliare ad ſummam omnium ſcrupulorum, quantum ſpatii milliaris ſemiſſis in ſingulis occupat. Quemadmodum hìc vides.

Secantes.

Secantes.	gr.	fcr.
162487	52	1
162548	52	2
162608	52	3
162669	52	4
162730	52	5
162791	52	6
162852	52	7
162913	52	8
162974	52	9
163035	52	10
163095	52	11
163157	52	12
163218	52	13
163279	52	14
163340	52	15
163402	52	16
163463	52	17
163525	52	18
163586	52	19
163648	52	20

3423749
quadruplum 4

100000 13694996 ½ $\left.\begin{matrix}6847498\\100000\end{matrix}\right\}68\frac{47}{100}$

Ut quartus hinc detur 68 fcrup. 28½ fec. Tantum igitur fpatii data milliaria per fingulos 500 parallelos æqualitĕr tributa occuparent, in fingulis tamen fcrupulorum numerum inæqualem. Namque in primo parallelo, nempe 52 gr. 1 fcrup. milliare dimidium poffidet 3 fcr. $14\frac{98}{100}$ fec. in ultimo autem 3 fcr. $16\frac{38}{100}$ fec. quæ differentia, etfi in tantâ viciniâ exigua fit, in longiore intervallo admodùm magna exiftit. Dimidium enim milliare marinum fub æquinoctiali 2 fcrupula duntaxàt explet.

Atque ita unicâ multiplicatione, additis fecantibus, hoc opere defungeris. Sed tam multiplex additio, quæ femper pro ratione quæfiti denuò eft iteranda, plurimum habet tædii, ut vix operæ fit iftos labores fubire; et utilitas, quæ hìnc fperari poffit, ipfâ laboris ac moleftiarum mole obruta et tanquam oppreffa jaceat. Huic ut fubvenirem, quia ufus ejus perquàm neceffarius, et in hoc opere ferè eft perpetuus, Canonem conftruxi, ex additis fecantibus conflatum, progreffu per fingula quæque fcrupula continuo. Cujus ufus poftmodùm nobis erit longè commodiffimus in loxodromiarum calculo, et evariatæ longitudinis fpatio æftimando. Tabulam ipfam hìc fubjicio, cujus conftructio folâ additione conftat, ut nempe radius ipfe 10,000,000 ad fecantem unius fcrupuli 10,000,001 addatur, unde fumma conflatur 20,000,001; hæc ad fecantem 2 fcrupulorum 10,000,002 addita, dabit 30,000,003; et hic numerus cum fecante

cante 3 ſcrupulorum 10,000,004 compoſitus, conflabit 40,000,007, atque eo porrò ordine per ſingula ſcrupula ad extremum quadrantis limitem progrediendo. Ego hunc canonem ad ſeptuageſimum gradum produxi, qui ad uſum maritimum, (quem hìc potiſſimùm ſpectamus) ſatìs eſt; et, ſi ultrà tendas, non jam per ſingula ſcrupula tantùm, ſed per ſcrupulorum ſemiſſes, trientes, ſextantes, imò uncias, uſpiam eſſet progrediendum; denique, cum proximè polum acceſſeris, etiam per ſcrupula ſecunda aut tertia. Sed, quanquam ille labor et infructuoſus et inutilis ſit futurus; ſpecimen tamen aliquod hujus ἀκριβείας in ſcholis infrà exhibemus. Si cui libeat imitari, habet ubi otium ſuum ponat ſine damno: nos inſtituto noſtro inſiſtimus; et quo calculus iſte ſecuriùs ſubduci poſſet, et error certiùs deprehendi qui fortè nobis obrepſiſſet; bìs eundem ſubduxi, ſemèl ex tabulis ſecantium Thomæ Finckii, iterùm è tabulis Bartholomæi Pitiſci; ut, ſi quid vitii in ipſas fortè tabulas operarùm incuriâ irrepſiſſet, ex mutuâ collatione facilem haberet emendationem: cum Pitiſci notæ ſint etiàm èx opere Palatino expreſſæ; illæ autem Finckii aliæ ab his, et ante ſubductæ.

Tabellam ipſam in libri calcem rejecimus; cui titulum fecimus *Canonica Parallelorum*.

Verùm de conſtructione et ordine id monendus mihi es, me ab ipſo radio additionem ideò auſpicatum eſſe, quod ille ad ipſum æquinoctialem pertineat. Quia enim milliaria ſingula quatuor ſcrupula illìc occupant, etiam quadruplus milliarium numerus numerum ſcrupulorum ipſis debitorum definiet; et ita nobis eadem analogia redit, ut radius ad radii quadruplum, ita numerus milliarium ad ſcrupula congrua.

In graduum et ſcrupulorum notatione eum ordinem ſecuti ſumus, ut æquinoctiali circulo 1 præfixerimus tanquam omnium parallelorum primo principio; reliquos autem parallelos ordine ad hunc diſpunximus, ut unus gradus ſit ſexageſimus parallelus, quorum primus ſit æquinoctialis: ut ita parallelus qui per undeſexageſimum ſcrupulum educitur ſit nobis numerus ſexageſimus, et qui per ſcrupulum ſexageſimum, ſit primus et ſexageſimus, ſive 1 gr. 1 ſcr. quod ideò diſertis verbis exprimendum duxi, quia aliis canonibus hoc ſit diſſimile.

Atque hactenùs canon ipſe nobis fuit expreſſus: ſequitur ejus uſus, qui etſi ex ipſâ conſtructionis lege haud obſcurus eſſe poſſit, placuit tamen eundem hoc theoremate breviter complecti.

PROPOSITIO XIII.

Si incluſivè ab æquinoctiali parallelorum datorum initium ducatur, quadruplum numeri ultimo parallelo unitate aucto reſpondentis, ſecundum proportionis terminum explebit: ſin aliundè, ſed utrâque latitudine ſimili, differentiæ inter datos parallelos unitate auctos quadruplum: ſin diſſimili, parallelorum unitate auctorum ſummæ.

HIC tàbularum expoſitarum uſus eſt primus, ut inde terminus proportionis illius, quam 12 propoſitione expreſſimus, aſſumatur. Sed exemplis res

erit illuſtrior. Quæratur enim, quot ſcrupula longitudinis occupent 750 milliaria, ab æquinoctiali ad parallelum 44 gr. 59 ſcr. incluſivè, ut ſingulis parallelis æqualis milliarium portio attribuatur. Hìc erit tibi aſſumendus numerus canonicus è regione 45 gr. 30,311,462, nam quem nos vulgò dicimus parallelum 44 gr. 59 ſcr. is, ſi æquinoctialem annumeres, quod in iſtarum tabularum conſtructione eſt factum, fiet 45 gr. et comprehendet parallelos 2700. quadruplum porrò numeri aſſumpti eſt 121,245,848. Jam, milliarium datorum numerus per 2700 parallelos diviſus dabit ſingulis parallelis $\frac{750}{2700}$, hoc eſt $\frac{5}{18}$ unius milliaris. Atque hìnc proportio, ut 10,000 ad 121,245,848 ; ita $\frac{5}{18}$ ad 3367 $\frac{9400}{10000}$; tot igitur ſcrupula (qui ſunt gradus 56, ſcr. 7, ſec. 55,) data 750 milliaria, per expoſitos parallelos æqualitèr tributa, occupabunt. Si data milliaria in ſolo æquinoctiali fuiſſent menſuranda, expleviſſent tantùm gradus 50 ; aut, ſi in ipſo quadrageſimo quinto parallelo fuiſſent æſtimanda, hìc jam occuparent 70 gr. 42 ſcr. 38 ſec. : ut hæc per ſingulos intermedios parallelos diſtributio major ſit illâ quæ in maximo, minor hâc quæ in minimo, fuit propoſita.

Sunto jam iterùm à 35 gra. 58 ſcr. excluſivè uſque ad 51 gra. 59 ſcru. incluſivè (quæ ſunt ſcrupula ſive paralleli 960) milliaria 320 ita tribuenda ut ſingulis parallelis æqualis milliarium portio aſſignetur, nempe $\frac{320}{960}$ ſeu $\frac{1}{3}$; numerus itáque canonicus, qui pertinet ad 35 gra. 58 ſcru. unitate majorem, nempe 35 gr. 59 ſcr. 23,178,702, de numero canonico 52. 36,665,060 deductus, relinquet 13,486,358, cujus quadruplum 53,945,432. Erit itaque, quemadmodum radius 10,000 ad 53,945,432, ita $\frac{1}{3}$ ad 1798 $\frac{1810}{10000}$, qui ſunt gradus 29, ſcrupula 58, ſecunda 11.

Exemplum tertium eſto à parallelo auſtrino 36 incluſivè, ad parallelum boreum 52 incluſivè, et ſunto expoſita miliaria 4000, per ſingulos parallelos æqualitèr cædenda. Hìc quia numerus unitate augendus erit, ut ſint 36 gra. 1 ſcru. et 52 gra. 1 ſcrup. illi competit numerus Canonicus, 2319.3971. huic autem 3666.5060. ſumma 5985.9031 ; et cum in hoc utroque parallelus primus, ſeu æquinoctialis, ſit additus, efficitur in utroque addito, bis adhibitum ; qui tamen ideò non ſit ſubducendus ut utriuſque latitudinis reſpectu aſſumptus intelligatur, quemadmodum in uſu infrà planè liquebit. Hujus quadruplum 23943.6123. parallelorum autem numerus 5281, nempè 52 gra. 1 ſcr. et 36 gra. 1 ſcr. et quia bis iteratur æquinoctialis, fiunt 88 gr. 1 ſcr. ſeu ſcrupula 5281. ut ſingulis parallelis cedat $\frac{4000}{5281}$. milliaris pars quota : unde proportio, quemadmodum radius 10000 ad 23943.6124. ita $\frac{4000}{5281}$ ad minuta 18156$\frac{65}{100}$. qui ſunt 302 gr. 15$\frac{65}{100}$ ſcrup.

Debuiſſet quidem ex ipſo ſummæ quadruplo radii quadruplum ſemèl ſubduci, ſi tantùm ſingulis parallelis ſemèl velis imputare $\frac{4000}{5281}$ milliaris : ſed æquinoctialis ſibi bìs hanc partem poſtulat ; quod Loxodromiarum uſus et demonſtratio propoſitionis 25tæ poſteà comprobabit.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

Datis evariatæ longitudinis gradibus et ſcrupulis, dabitur quoque menſura milliarium æqualitèr parallelis inter datos interjectis debita.

EST converſa antecedentis, et hìc alter noſtri canonis uſus eſt; quâ utrâque omnis Loxodromiarum utilitas clariſſimè illuſtratur. Conſtat enim ex ipſâ canonis ſtructurâ et propoſitione 12, eam eſſe rationem itineris per ſingulos parallelos æqualitèr tributi ad minutorum ſummam, in omnibus parallelis, quantum illud ſpatium occupat; quemadmodum 10000 ad quadruplum numeri canonici cujuſque loci (ut, puta, ab æquinoctiali ad parallelum 44 ſcr. 59 incluſivè), is locus itaque unitate auctus dabit gr. 45. et hìc erit ratio propoſita; ut 10000 ad quadruplum ſummæ tangentium 30,311,462, nempè 121,245,848: ergò ſi 1 milliare in ſingulis aſſumatur, erunt minuta 12124$\frac{58}{100}$ pro longitudinis evariatione. Et contrà igitùr, minutorum per omnes parallelos æquali itineris ſpatio attributorum ratio erit, quæ 12,124$\frac{55}{100}$ ad 1 milliare. Itáquè ſi minutorum numerus major minórve quæratur, utpote ſi aſſumantur evariatæ longitudinis minuta 1000, et quæratur itineris quantitas in ſingulis parallelis; erit, quemadmodum 12,124$\frac{58}{100}$ ad 1 milliare, ita 1000 ad $\frac{8248}{100000}$ unius milliaris; atque tantum itineris in ſingulis parallelis fuerit conficiendum, ut 1000 minuta longitudinis differentiam impleant, cujus veritatem per antecedentem propoſitionem viciſsìm è converſo experiri tibi liceat.

Si non ab ipſo æquinoctiali incluſivè initium aſſumatur, ſed intervallum parallelorum terminetur latitudinis affectione ſimili, aſſumatur differentia, et proportio inſtituatur ut priùs.

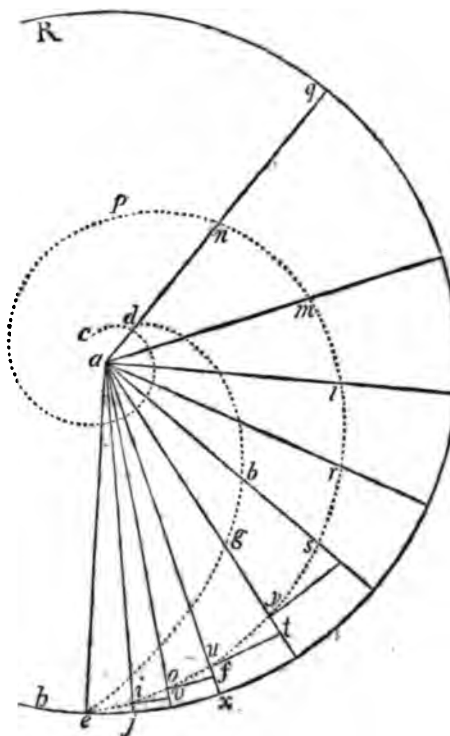
Sìn verò latitudo ſit diſſimilis, altera Borea, et Auſtrina altera, aſſumatur parallelorum ſumma, eáque quadruplicetur, et indè proportio inſtituatur ut ante.

PROPOSITIO XV.

Loxodromia eſt linea ἑλικοειδὴς *in terreni globi ſuperficie, quam ubique contingens recta linea cum omnibus meridianis per cuncta ejus puncta ductis æquales angulos comprehendit.*

SI quando navis rectâ in ſeptentrionem aut meridiem dirigitur, tum per meridianum, et ideò per maximum terræ circulum decurret. Cum autem rectà vel ortum vel occaſum petit, tunc cum omnibus meridianis, per quos fertur, angulum rectum comprehendere, et ideò aliquem parallelum ſuo curſu deſcribere, ſuprà docui. At verò cum alium quemcunque curſum, ab his duobus diverſum, tenebit, atque ad acûs magneticæ ſitum (qui tamen ante, ſecundùm æſtimatam χαλυβόκλισιν emendatus intelligatur) ita ſe componet, ut τρόπις navis, quæ per mediam carinam à prorâ ad puppim porrigitur, aliquem angulum,

ſum, et ſemper eundem cum omnibus meridianis quos ſecat comprehendit: tum quidem, quamdiù iſtum tenebit curſum, helicem lineam deſcribet, quales iſtæ ſunt, quas hìc in plano, ad eam formulam ut proximè expreſſimus; nempe *egbd*, et *eiou*; ubì *efqkb* æquinoctialem lineam, et *a* terræ polum notat; mechanicam ejus, tàm in globo quàm in plano, delineandi rationem in ſcholis dicturi. Hanc autem παρὰ τῆς τοῦ δρόμου λοξότητος, à curſûs obliquatione, λοξοδρομίαν voce Græcâ indigitamus; qui planè, ut diximus, circulus eſſe nunquam poſſit. Nam circuli ad meridianum aliquem obliqui, ſive majores ii ſint, ſive minores, ſemper alium atque alium angulum, eúmque varium et reliquis angulis inæqualem, comprehendent; quemadmodum videre eſt in ecliptico circulo coluros interſecante. Is enim in communi ſectione cum tropicorum coluro angulos rectos comprehendit; at circà nodos tantùm complementum maximæ ſuæ declinationis, nempe 66 gradus et 29 ſcrupula, intermediis autem locis angulos omnes inter ſe facit inæquales. In minoribus verò circulis etiàm manifeſtior eſt evariatio. Loxodromia igitur ἑλικοειδὴς quædam ſui generis linea eſt, cujus longitudinem et ſitum in ipſo curſu gubernatores, et navium magiſtri, reliquíque navales pedes ad hanc rem idonei, accuratè et diligentèr obſervant, et pro velocitate aut tarditate conjecturis accuratiſſimè æſtimatam ſeorsìm notant. Hinc enim certiſſima mutatæ tùm longitudinis tùm latitudinis indicia, (modò nihil in his conjecturis ſit peccatum) ab ipſis derivari ſolent; ut inde ad quas oras appulerint, quóve uſque ſit perventum, hoc indicio cognoſcant et definiant. Hujus itaque lineæ accurata et conſtans menſura, et angulus, quem ipſa cum acûs magneticæ ſitu legitimo, hoc eſt, cum vero loci meridiano, comprehendet, utramque in hâc arte paginam nobis faciunt; cui adeò rei, hanc unam ob cauſam, ſedulam adeò operam navant. Nam acûs magneticæ ſitum luxatum, ſummâ, quâ poſſunt, curâ quotidianis obſervationibus reſtituunt. Et curſûs menſuram jactu funis, adhibitâ clepſydrâ momentaneâ, explorant, hoc ferè modo. Funem notæ longitudinis decèm aut viginti decempedarum, etiàm puppis perpendiculo, tanquam trianguli rectanguli crure æſtimato, è puppi præcipitant, cui in fine lignum cimbulámve alligant, quæ tranſversìm ponè in maris ſulco, à concitato navis motu facto, innatet; ut ita, dum funem à glomere minimo momento verſabili deglomerant, eidem quaſi loco affixa hæreat; interìm ab ipſo initio clepſydrâ momentaneâ temporis ſpatium in ipſâ glomeris evolutione elapſum menſurant: et indè, quantum ſingulis horis tali ſucceſſu proficiant conjecturam capiunt;



Methodus æſtimandi velocitatem quâcum navis movetur per jactum ligni parvi in mare ad navem per funem ligati, et deglomerationem funis per parvulum aliquod tempus.

piunt: quod ipsum accuratiores navium magistri sæpiùs iterant, pro ventorum vario impetu; ut hujusmodi observationibus quàm proximè divinando ad verum accedant. Atque ita ex angulo confectæ Loxodromiæ et ejusdem quantitate, posteà latitudinis et longitudinis evariatæ rationem ineunt. Tanti sanè fuerat Loxodromiarum rationes habere benè explicatas. Ingeniosum utique commentum, quod tamen hactenùs duntaxàt processit, ut ejus affectiones mechanicè tantùm usurpari, neque accuratiore calculo explicari potuerint. Nos jam omnes ejus affectiones etiàm numeris, qui ἀκριβέστεροι sunt geometricis lineamentis, persequi docemus, quæ res singularem habet utilitatem cum summâ facilitate conjunctam. Nam mechanica eorum praxis juxtà est et operosa et lubrica, quæ in chartis hydrographicis illis exercetur, quæ terreni globi situm nusquàm ad amussim refert; quæque adeò immane quantum à vero abludit; ut non tàm mirandum quàm necessarium sit hìc mechanicen istam suos asseclas in errorem manifestarium dare præcipites.

PROPOSITIO XVI.

Loxodromia nulla se in terræ polos induit.

CONSECTARIUM est ex antecedente propositione derivatum. Cum enim loxodromiæ forma ex angulo, quem cum meridiano loci comprehendit, tota censeatur, et eâ sublatâ loxodromia ampliùs nulla sit, materiæ vitem subibit ipse meridianus, quo subducto, tanquam cruribus anguli sublatis, angulus planè nullus comprehendi posse intelligitur; ut ita loxodromiæ et res et titulus concidant. Atqui sub polis et mundi cardinibus in hoc Terræ globo nullum meridianum esse, et ratio et demonstratio convincit. Neque enim in illo terræ puncto sidus ullum, aut cœli quodcunque aliud immobile punctum vel oritur vel occidit: unde meridiani notio solùm derivatur, quemadmodum nominis definitio arguit; qui ita Latinis meridianus, Græcis μεσημβρινος, quasi medidianus aut μεσημέρινος indigitatur, quod spatium temporis inter ortum et ejusdem puncti occasum medium secet. Quod autem à solis tantùm ortu et occasu meridianus dicatur, id tantùm ab usu potiore, et φαινομένῳ in omnium oculos incurrente, est derivatum.

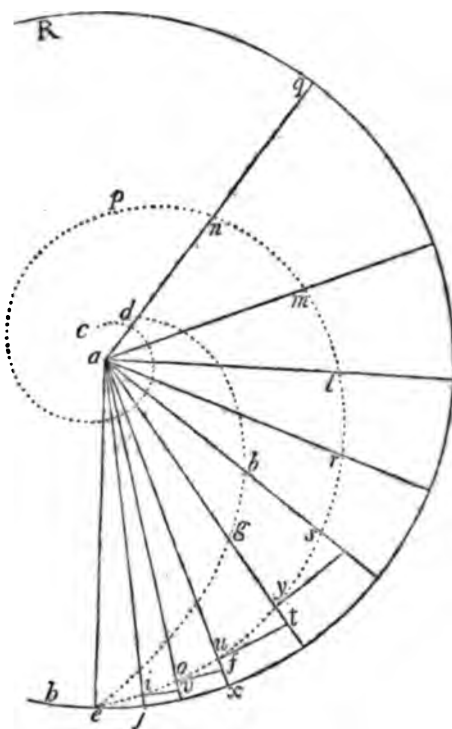
——— *Medio cum sol altissimus orbe*
Tantum respiciet, quantum superesse videbit.

Et si hoc illìc locum quoque habeat, jam istìc meridiani erunt omninò mutabiles et ambulatorii, atque quotannis varii; cum sol nobis hìc modò in cœli medio, inde in ortu, tùm in cœli imo, aliàs in occasu; denique semper in aliis atque aliis locis in æquinoctialia puncta ingrediatur. Atque ita, pro hâc aut illâ bisectione, meridiani circuli situs erit inconstans; nonnunquam enim illis meridianus esset idem qui nobis: aliquando ille circulus horarius, qui nobis horam sextam matutinam signat: aliàs alius, et semper varius. Quamobrem cum hìc nullus meridianus detur; etiàm affectiones, quæ ipsi attribui solent, simùl cum ipso evanescent. Et propterea loxodromia (quæ à sectione meridiani

diani nomen et formam sortitur,) planè nulla concipi hoc loco sub polis poterit; ut, in diagrammate propositionis antecedentis, Loxodromia *e i o u*, continuata porrò in *m*, *n* et *p*, atque inde in *c*, nunquam tamen in *a* polum incurret, sed, infinitis gyris circumacta, ad illum punctum nunquam perveniet.

PROPOSITIO XVII.

Loxodromia est instar basis trianguli plani rectanguli ad sphæræ superficiem applicati, cujus crus unum sit distantia parallelorum inter quos intercipitur.



INCLINATIO anguli quem navium carina cum meridiano comprehendit, postquam à perpendiculo demutat, varia omninò esse potest, et ideò loxodromiæ helices infinitæ, alium atque alium cum meridianis angulum comprehendentes. Angulum autem recto minorem hìc inclinationis angulum vocamus. Cum autem singularum una eadémque sit ad omnes meridianos inclinatio, et per singula puncta, etiàm vicinissima, paralleli circuli meridiano perpendiculares cogitatione traduci possint, vides hic triangulum efformari rectangulum. In partes porrò minutissimas et meridianus et loxodromia concidi possunt, ut vix ullo calculo eorum à rectis lineis differentia exprimi aut deprehendi queat; atque hæ particulæ in alias minores millesimas. Et quamvis rectæ et curvæ differentia hoc sectionum minutali haud possit tolli, neque unquam quantulacunque curvæ lineæ pars recta sit, tamen ad sensum et usum omninò evanescit; hoc igitur minimum, quod hìc concipimus, loxodromiæ segmentum, fiet anguli recti basis, segmentum autem meridiani crus unum. Ad istam planè formulam, quemadmodum accidit triangulo rectangulo, cujus crus unum cylindri peripheriæ æquale sit, si alterum lateri cylindri recti applicetur, hoc autem circà cylindrum inflectatur, tum basis trianguli helicem cylindraceam in ejus superficie designabit. Quod Pappus prop. 24, l. 8, disertè docet; ut illa helix nostræ helici loxodromicæ, et illud crus trianguli lateri congruens, vel, quod idem sit, axi parallelum, meridiani segmento hìc respondeat: quamvis illius designatio et explicatio non paulò sit facilior quàm hujus nostræ; quod circuli paralleli illìc sint æquales: hìc autem longè secùs sit. Intelligamus itaque in loxodromiâ *e i o u* segmenta

 meridi-

meridianorum *ji, vo, uf*, esse æqualia, et angulos *eij, iov, ouf* æquales, *ej, iv, of* parallelorum circulorum segmenta non quidem similia, sed æqualia tantùm. Hìc basis trianguli totius esset *eiou*; crus porrò reliquum *ux*, è segmentis *ij, ov, uf*, compositum intelligatur.

PROPOSITIO XVIII.

Ejusdem loxodromiæ segmenta inter parallelos circulos æquali intervallo disjunctos intercepta sunt æqualia.

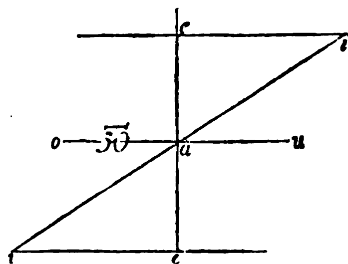
ET hoc quoque expositam loxodromiarum formam consequitur. Sit enim loxodromia aliqua quæ ad æquinoctialem usque pertingat à gradu latitudinis primo, quemcunque tandem cum meridianis angulum comprehendat. Quod si hìc per singula minuta paralleli circuli transire intelligantur, fient sexaginta hujus loxodromiæ partes inter hos interceptæ, et ideò per ipsa sectionum puncta ductis parallelis totidèm fient quasi triangula rectangula; quorum crus unum, meridiani nempè segmentum, cruri alterius, et angulus unius, à Loxodromiâ, tanquam base, et meridiano comprehensus, angulo alterius paritèr constituto, sit æqualis: et triangula ideò ipsa quoque similia et æqualia. Aut, si ne hoc quidem satìs sit, per singula secunda scrupula paralleli ducti intelligantur, et fient rectangula triangula 3600; vel, si etiàm minora segmenta concipias, tanto faciliorem habebit explicationem, et cum planis triangulis affinitatem; ut unus gradus in meridiano non tantùm in tertia, aut quarta, sed etiàm in decima vel millesima scrupula concisus intelligatur. Atque ita in his minutissimis triangulis singula crura cruribus, et bases, (quæ sunt loxodromiæ istius segmenta,) basibus, æquabuntur. Et istud helici cylindraceæ quoque respondet, cujus segmenta inter circulos parallelos, et æquali intervallo disjunctos, æqualia omninò sunt: sed ista segmenta sunt prætereà etiàm congrua, ob illius lineæ ὁμοιομέρειαν, ut Apollonius apud Proclum demonstravit; quod in nostrâ helice non assequimur. Quare ejusdem helicis segmentum inter æquinoctialem et parallelum primum tantum erit, quantum inter 45 et 46, aut 50 et 51, vel 80 et 81, atque ita porrò de omnibus qui dari possunt parallelis. Id in superiore diagrammate lineis *ji, vo, fu*, expressimus.

Terræ autem polus punctum est, non parallelus; et nullo loxodromiæ cursu ad eum deveniri posse suprà demonstravi, quia helix ista ante deficiat quàm ad eum pertingat. Nihilominùs loxodromiarum segmenta à puncto polo proximo inter duos parallelos quocunque intervallo (ut, putà, unius minuti) disjunctos tanta sunt, quanta inter parallelos propè æquinoctialem eodem intervallo distantes; sed ita, ut minimum hoc loxodromiæ segmentum illìc sæpiùs revolvatur, antequam intrà positos parallelos suam quantitatem explicet.

PROPOSITIO XIX.

Datâ quantitate et angulo inclinationis loxodromiæ, parallelorum diſtantiam invenire.

EXPONATUR loxodromia cujus longitudo ſit milliarium maritimorum, vel nauticorum, 50, angulus inclinationis 56 graduum et 15 ſcrupulorum : quæritur latitudinis evariatio. Id totum per triangulorum planorum doctrinam ſecundùm demonſtrata explicari poteſt. Concipiamus enim triangulum rectangulum *aei*; ut *a* ſit loxodromiæ initium; et meridianus illius loci *ae*; *ai*, loxodromiæ menſura, milliarium 50; *eai*, angulus inclinationis, 56 gradus et 15 ſcrupula. Cum igitùr, per propoſ. 17, *a e* meridiani ſegmentum ſit inſtar cruris, et loxodromia *a i* inſtar baſis anguli recti *a e i*, et angulus *aie*, complementum inclinationis, detur 33 graduum et 45 ſcrupulorum; erit quemadmodum radius 10,000,000, ad ſinum anguli *aie*, 33 grad. 45 ſcrup. 5,555,702, ita *a i*, 50 milliaria, ad $27\frac{77851}{100000}$ milliaria; tot igitur milliarium erit ſegmentum meridiani *a e*. Ea porrò ad ſcrupula per proportionem reducentur hoc modo : 15 milliaria ſunt ſcrupula 60, hoc eſt, 1 milliare valet ſcrupula 4; ergò $27\frac{7785}{10000}$ dabunt ſcrupula $111\frac{1140}{10000}$; quæ faciunt unum gradum et 51 ſcrupula et $\frac{1140}{10000}$ ſeu $\frac{114}{1000}$ partes ſcrupuli : et proptereà *e* punctum, ſeu parallelus *e i*, in auſtrum vel in boream à parallelo *au* disjungetur 1 gradu èt 51 ſcrupulis, et $\frac{114}{1000}$ partibus ſcrupuli. Quamobrem ſi ſtatuatur *a* punctum in parallelo 51, et *a e* versùs boream porrigi, erit *ei* parallelus per gr. 52, ſcr. 51, eductus quam proximè. Contrà, ſi in auſtrum, jam ad 49 gra. 9 ſcr. pertingeret; atque ita porrò in reliquis. Aut concinniùs breviúſque hoc modo :



Ut radius ad quadruplum ſinûs complementi inclinationis datæ loxodromiæ; ita milliaria longitudinis ejuſdem, ad ſcrupula evariatæ latitudinis.

Res ex poſitâ analogiâ manifeſta eſt. Ne longè diſcedamus, eodem utar exemplo : quadruplum ſinûs 33 gr. 45 ſcr. eſt 22,222,808, unde ſecundùm poſitos terminos 10,000,000 22,222,808, 50, concludes quartum $111\frac{1140}{10000}$, ut ſuprà.

PROPOSITIO XX.

Dato parallelorum intervallo cum loxodromiæ inclinationis angulo, ejuſdem menſura quoque datur.

UT in diagrammate antecedente, ſi detur *ea* meridiani ſegmentum 1 gr. 51 ſcr. et angulus loxodromiæ *eai* 56 graduum et 15 ſcrupulorum, fit, per propoſitionem 18, triangulum rectangulum *eai*, cujus angulus et unum recti crus huic adjacens

jacens datur: nam quaterna minuta in maximo circulo unum milliare nauticum exæquant; et propterea 1 gr. 51 scr., seu scrupula 111, fient milliaria $\frac{111}{4}$. Atque inde fit hæc proportio; ut radius 10,000,000, ad secantem 56 gr. 15 scr. 17,999,524, ita milliaria $\frac{111}{4}$ ad $49\frac{9437}{10000}$; tanta igitùr erit longitudo loxodromiæ *ai* inter istam parallelorum distantiam, sub hoc inclinationis angulo dato. Sed concinnius et elegantius fuerit si fiat,

Ut radius ad quadrantem secantis anguli inclinationis datæ loxodromiæ; ita scrupula evariatæ latitudinis, ad longitudinem loxodromiæ optatam.

Id quoque ex præmissâ demonstratione fuerit perspicuum. Nam, cum scrupulorum evariatæ latitudinis quadrans sit tertius proportionis terminus, secans autem secundus; nihil refert an hunc, an illum, per 4 dividam. Res experiunti manifesta est.

PROPOSITIO XXI.

Dato parallelorum intervallo cum loxodromiæ quantitate, inclinationis ejusdem angulus quoque dabitur.

HIC enim datâ basi et crure quæritur angulus ab ipsis comprehensus. Fiat itaque, *ut quadruplum milliarium loxodromiæ datæ, ad scrupula evariatæ latitudinis; ita radius ad sinum complementi inclinationis:* vel, *ut scrupula evariatæ latitudinis, ad quadruplum milliarium loxodromiæ; ita radius ad secantem inclinationis.* Horum veritas ex antecedentium analogiâ est manifesta.

PROPOSITIO XXII.

Crus alterum trianguli loxodromici integrum simùl imaginarium est; sed per minimas particulas singulis parallelis æquali intervallo disjunctis æqualitèr attribuendum; quod ideò vocetur * μηκοδυναμικόν.

CUM enim, per propositionem 17, Loxodromia sit quasi basis trianguli, cujus unum crus sit segmentum meridiani distantiæ parallelorum inter quos intercipitur æquale, reliquum crus nobis hic quoque quærendum est. Id autem simùl totum in superficie sphæricâ non datur; quia circuli in sphærico inæquales sunt, et polo viciniores minores remotioribus et æquinoctiali propioribus. In helice quidem cylindraceâ et ejus triangulo, in singulis parallelis circulis, si perpendiculare latus in æqualia segmenta tribueretur, crus anguli recti jacens erat segmentum circuli proportionale et æquale reliquis, per æqualia perpendiculi segmenta inter se distantibus. Hìc verò etiamsi meridiani segmenta, quæ sunt tanquam perpendiculi segmenta, sint inter se æqualia; et loxodromiæ, quæ sunt bases

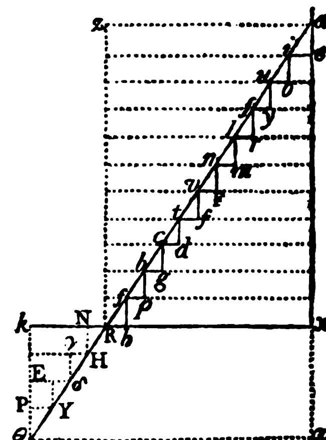
* Evariationem longitudinis potentiâ complexum.

angulo

angulo recto ſubtenſæ, etiàm inter ſe æquales ſint; atque ideò reliqua crura jacentia, quæ parallelis imputanda ſunt, æqualia eſſe debeant: quia tamen paralleli ſuccedentes (ſi à polis initium ducas) antecedentibus ſint majores, ſegmenta etiàm minima, ut in ipſis neceſſariò quidem ſint æqualia; neutiquam tamen erunt ſimilia: ſed in majoribus circulis pauciora, in minoribus plura, occupabunt minuta. Hæc autem omninò exemplo propoſito erunt illuſtriora. Sit triangulum loxodromicum è propoſitione antecedente *a e i*, cujus baſis *a i* ſit milliarium $49\frac{9487}{10000}$, crus alterum *a e* (quod erat meridiani ſegmentum,) dabatur 1 gr. 51 ſcr. ſeu milliarium $27\frac{1}{4}$; itaque reliquum, quaſi *e i*, per tabulas tangentium invenietur milliarium $41\frac{5308}{10000}$, Hoc quidem uno nomine et ſub unâ continuâ lineâ in ſphæræ ſuperficie nuſquam datur. Sed in minimas particulas per ſingulos, et quaſi infinitos, parallelos diſtribuendum intelligitur; et in quanto plura triangula id diffundetur, tanto ea uſui erunt aptiora. Nos ab æquinoctiali, ad parallelum ſeptuageſimum, parallelos per ſingula ſcrupula ducere, et totidem triangula delineare ſufficere exiſtimamus; ut majore περιεργεία non ſit opus, quemadmodum infrà demonſtrabitur. Atque ita in propoſito exemplo futuri ſunt 111 paralleli, quot erunt minuta à principio ad finem. Et ideò tot rectangula triangula quoque concipiantur, quot inter hos parallelos efformari poterunt; ita ut unum crus perpendiculare ſit minutum unicum in meridiano per loxodromiæ et parallelorum communes ſectiones eductum, crus reliquum pars tanta cruris μηκοδυναμικῶ in parallelis. Sed, ut dixi, quanto horum parallelorum diſtantia minor erit, tanto quoque accuratior erit æſtimatio minutorum per ſingulos parallelos diffuſorum; quia iſta nobis longitudinis æſtimationem præſtare debent. Itáque crus μηκοδυναμικὸν conſtat per doctrinam triangulorum hoc modo.

PROPOSITIO XXIII.

Triangula loxodromica unitate ſunt pauciora parallelorum numero, quot à primo ad ultimum intercipiuntur incluſivè.



SIT in expoſito diagrammate *k x* primùm circulus ipſe æquinoctialis; et *a z* parallelus per undecimum minutum eductus; loxodromia propoſita *a* R. Si ergò per ſingula minuta paralleli educantur, (ut hic vides *f p*, *b g*, *c d*, et cæteros,) habebis undecìm; quibus ſi ipſum æquinoctialem *k x* annumeres, erunt in univerſum duodecìm paralleli, triangula autem duntaxat undecìm; quia vertex ultimi trianguli in parallelo *z a* tantum terminatur, ut hìc vides. Si aliundè quam ab æquinoctiali initium ducas, res eadem erit, et analogia reſpondet.

Cùm autèm in parallelorum canonicis initium ducatur ab ipſo æquinoctiali, et nos vulgò ità loquamur,

ut

ut eum excludamus ; ut cùm dicimus, parallelus per 1 gr. 7 scr. hic eum intelligimus qui per istud scrupulum transit : atque ideò præter æquinoctialem essent paralleli per singula minuta educti 67 ; huc si annumeretur æquinoctialis, fiunt paralleli 68 ; et ideò triangula 67 : ut ita tutò tibi liceat ex tabulis canonicis assumere quadruplum numeri, cui 1 gr. 7 scr. attribuitur. Idem erit si aliunde quam ab æquinoctiali initium ducas.

PROPOSITIO XXIV.

Si initium loxodromiæ ab æquinoctiali ducatur, totidem erunt triangula loxodromica quot scrupulis inde extremus parallelus distabit.

ID in superiore exemplo manifestum est ; nam cum illic assumam parallelum ultimum *az* minutis undecìm ab æquinoctiali distantem, primus autem fit æquinoctialis in expositâ figurâ, qui tamen in hâc vulgari et usitatâ parallelorum numeratione in censum non venit, quia parallelus primus intelligitur, qui minuti intervallo ab ipso æquinoctiali sit disjunctus : efficitur, ut minutorum numerus qui hujusmodi parallelorum est index, à numero triangulorum interceptorum non discrepet ; sed unus, et planè idem sit.

PROPOSITIO XXV.

In latitudine simili numerus minutorum differentiæ parallelorum, cognominis est numero triangulorum loxodromicorum : in dissimili verò, numerus summæ.

SIT jam in eodem diagrammate *kb* parallelus 52 gra. et *az* parallelus 52 gr. 11 scr. Hìc igitùr si utrumque extremum inclusivè assumas, sunt paralleli quidèm duodecìm, triangula autem loxodromica duntaxàt undecìm, quantus est scrupulorum differentiæ numerus, si 52 gr. 11 scr. deducas. Si latitudo sit dissimilis, altera borea, et reliqua notia ; summa scrupulorum latitudinis utriusque in unum conflata triangulorum intermediorum numero erit cognominis. Sit enim *kx* iterùm æquinoctialis, *az* parallelus boreus per scrupulum undecimum eductus ; parte adversâ *a* 9 parallelus notius per latitudinis notiæ scrupulum quartum. Illìc igitùr, per prop. 23, erunt triangula undecìm, hìc quatuor, summa triangulorum quindecìm, quanta quoque est scrupulorum.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Si trianguli loxodromici crus μηκοδυναμικὸν per parallelorum minutatim distantium differentiam, in latitudine simili dividatur, quotus erit pars singulis à maximo inclusivè ad minimum exclusivè æqualitèr attribuenda.

SIT in eodem diagrammate *kx* crus μηκοδυναμικὸν milliarium 17⅓, et *k* in æquinoctiali, *a* in latitudinis scrupulo 11. Itaque, per 23 propositionem, hìc erunt triangula loxodromica 11 et totidem crura singulis parallelis attribuenda, quorum primum equinoctiali debetur, secundum *fp* parallelo per scrupulum latitudinis primum, tertium *bg* parallelo per scrupulum secundum, denique undecimum *ie* parallelo per scrupulum decimum; ut ab hoc numero parallelus ultimus sive undecimus excludatur: quia vertex novissimi trianguli *iae* eo tantùm pertingit. Quamobrem crure mecodynamico 17⅓ milliarium per 11 diviso, pars quota erit 1½ milliaris singulis parallelis attribuenda; ut *kb, fp, bg*, reliquáque sigillatìm habeant longitudinem sesqui-milliaris. Atque ita hoc totum latus imaginarium per partes æquales singulis, quotcunque concipimus, parallelis attribuitur. Res eadem erit si non ab ipso, sed aliunde à quocunque alio parallelo, initium facias. Cujus veritas è propos. 23, et 25 quoque, manifesta est.

PROPOSITIO XXVII.

Loxodromiæ æquinoctialem secantis crus μηκοδυναμικὸν ab æquinoctiali in suas utrimque partes est distribuendum; èt æquinoctialis geminam habet hoc casu portiunculam: extremi autem paralleli utrimque excluduntur.

SIT *bx* æquinoctialis; crus μηκοδυναμικὸν *a*ϑ; cui æquetur K *x*. Itaque pars K*k* parallelis notiis, et *kx* parallelis boreis, est imputanda, per antecedentem. Atque ita fit ut *k*λ, *kb* geminæ portiunculæ æquinoctiali attribuendæ sint, extremus autem uterque hic æquo jure excludatur.

PROPOSITIO XXVIII.

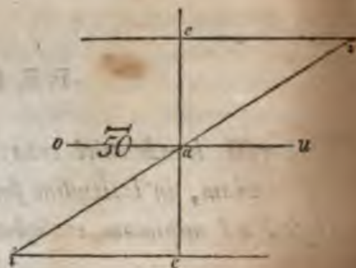
Datis angulo loxodromiæ et latitudinis evariatione, crus mecodynamicum invenire.

UT radius ad quadrantem tangentis datæ loxodromiæ, ita evariatæ latitudinis minuta, ad milliaria cruris mecodynamici. Sit enim distantia parallelorum *oa*, *ie* minutorum 32, et angulus inclinationis *iae* 56 gra. 15 scr. Erit itaque in triangulo rectangulo *iae*, ut radius 100,000 ad tangentem 56 gra. 15 scru. 149,660, ita evariatæ latitudinis segmenti *ae* milliaria, quæ sunt pars

quarta

quarta minutorum 32, nempe 8, ad milliaria cruris mecodynamici *ei* $11\frac{9728}{10000}$. Et ideò per interpretationem: quemadmodum radius 100,000 ad quadrantem tangentis anguli inclinationis 37,415, ita latitudinis evariatæ minuta 32, ad milliaria evariatæ longitudinis $12\frac{9729}{10000}$, ut ſuprà.

Quod erat inveniendum.



Quadrans tangentis anguli inclinationis datæ loxodromiæ per radium diviſus, exhibet cruris mecodynamici milliaria uni evariatæ latitudinis minuto debita.

Ratio et demonſtratio ex præmiſſo theoremate in promptu eſt: Ut ſi detur loxodromiæ inclinatio 56 gr. 15 ſcr. ejus tangens erit 149,660, cujus quadrans eſt 37,415; qui per radium diviſus dabit $\frac{37415}{100000}$ partem milliaris cruri mecodynamico debitam ſub hâc inclinatione, quando crus alterum in triangulo mecodynamico aſſumetur quantitate unius minuti.

PROPOSITIO XXIX.

Datâ Loxodromiæ quantitate et angulo inclinationis, ejuſdem crus mecodynamicum invenire.

HOC eſt, datâ trianguli rectanguli baſe et angulo acuto, crus recti ei oppoſitum invenire. Fiat igitur:

Quemadmodum radius ad ſinum dati anguli; ita milliaria loxodromica data ad milliaria cruris mecodynamici.

Ex analogiâ et demonſtratione antecedentium res eſt manifeſta.

PROPOSITIO XXX.

Datâ latitudinis evariatione à dato parallelo, cum inclinatione loxodromiæ, dabitur quoque evariatio longitudinis.

QUEMADMODUM ſuperioribus theorematis 26 et 27 tres caſus in triangulis loxodromicis diſtinximus; ita quoque exemplis ternis, diſtinctis, hanc et ſequentes propoſitiones explicare operæ judicamus pretium. Detur parallelus, unde initium loxodromiæ ducatur, ipſe æquinoctialis; inclinatio loxodromiæ 56 gr. 15 ſcr. (inclinatio autem, ut ſuprà eam definivimus, eſt angulus minor à loxodromiâ et meridiano comprehenſus, ut *arz* vel *krl* in ſuperiore diagraphâ) evariatio autem latitudinis 53 gr. 10 ſcrup. quæritur quantum in longitudine hîc ſit à primo loco diſceſſum. Primum per propoſitionis 28 conſectarium inveniatur ex datæ loxodromiæ inclinatione milliaris pars quota ſingulis

gulis parallelis ab æquinoctiali ad 53 grad. 10 ſcrup. excluſivè aſſignanda: nempe, ſi tangentis inclinationis quadrans per radium dividatur, ut hic vides $\frac{37415}{100000}$; tum deinde hæc milliaris portio in ſcrupula ſingulis parallelis debita convertetur per propoſitionem 12 hoc modo. Ex canonicis parallelorum aſſumatur numerus qui 53 gra. 10 ſcr. debetur 37,800,747, ejúſque quadruplum 151,202,988. Atque inde fiat hæc proportio; quemadmodum 10,000, ad 151,202,988, ita $\frac{37415}{100000}$ ad $5657\frac{250796020}{1000000000}$ ſcrupula longitudinis evariatæ: tantum enim hoc curſu ab æquinoctiali ad propoſitum parallelum navigando meridianus uterque disjungitur, qui ſunt gradus 94, ſcrupula 17, ſecunda 15, et ultrà. Quia verò tantâ, ad ſecunda et tertia uſque, περιεργία opus non eſt in hoc terræ globo, potuêre termini paulo minores aſſumi; nempe 10, 151,203, $\frac{3741}{10000}$; unde concludes $5656\frac{5049}{10000}$; quod eſt vix dimidio ſcrupulo minus quàm anteà.

Eſto exemplum etiàm alterum, ut latitudinis evariatio aſſumatur à parallelo 36 ad parallelum 53, loxodromiæ autem angulus ſit 78 gr. 45 ſcr. et quæratur diſtantia meridianorum à principio ad finem hujus curſûs: tangens anguli inclinationis 78 grad. 45 ſcrup. eſt 502,734, cujus quadrans per radium diviſus dabit partem quotam cruris mecodynamici ſingulis parallelis hoc curſu attribuendam, nempe $\frac{125683}{1000000}$ milliaris, per propoſitionem 27. Hinc adeò reliqua jam concludes ad inveniendam longitudinem. Nam differentia numeri qui pertinet ad 36 gradus à numero, qui pertinet ad 53 gradus eſt 1432.9669, ejus quadruplum 5731.8676, et inde fit hæc proportio; ut 10,000 ad 5731.8676, ita $\frac{125683}{1000000}$ ad quartum, vel (amputatis numeris redundantibus) ut 10 ad 57,319, ita $\frac{12568}{100000}$ ad 7204 ſcrupula, qui ſunt gradus 120 ſcr. 4.

Denique tertium proponatur, ut à latitudine auſtrinâ 52 graduum ad latitudinem boream 53 curſus ita ſit directus, ut anguli ejus ad meridianum inclinatio ſit 85 gra. 22 ſcr. 30 ſec. Inde ab initio quærenda eſt tangens dati anguli, nempe 1,240,174, cujus quadrans 313,391 per radium diviſus dabit partem quotam, hoc curſu ſingulis parallelis attribuendam, $3\frac{13301}{100000}$ milliaria, per prop. 27. Atqui, per prop. 12, quadruplum ſummæ ſecantium quæ ad iſtos gradus pertinet, dabit numerum congruum totidem parallelis, quot triangula mecodynamica hìc per ſingula ſcrupula erunt concipienda per propoſ. 26. Ergò quadruplum ſummæ quæ pertinet ad gradus 52, fuerit 146,595,268; deinde quadruplum ſummæ quæ pertinet ad gradus 53, erit 150,537,172; ſumma utriuſque 297,132,440. Atque inde fit hæc proportio; quemadmodum 10,000 ad 297,132,440, ita $\frac{313391}{1000000}$ ad quartum; ſeu, quod idem ſit, ut 10 ad 297,132, ita $\frac{31339}{100000}$ ad $93,118\frac{20}{100}$ ſcrupula; quæ ſunt æqualia gradibus 1551 ſcr. 58, ſec. 12: adeò ut hoc curſu inter illos parallelos neceſſe ſit orbem terrarum quatèr obitum eſſe, et inſupèr gradus 111, cum ſcrupulis 58. Atque ita latitudinis evariatione cum loxodromiæ inclinationis angulo datis, longitudinis evariatio quoque datur haud admodùm operosè.

Si autem angulus inclinationis datus ſit aliquis ex illorum numero, qui apud naucleros in uſu ſunt: utpote cum $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, anguli recti explebunt: id etiàm per canones προχείρες manuales, ad hanc rem à nobis factos, facillimè expedire licebit. Sed de iſtis vide librum ſecundum.

PROPOSITIO XXXI.

Datâ Loxodromiæ quantitate cum angulo inclinationis, datur evariatio longitudinis.

LONGITUDINIS evariatio, et ſuprà, et apud geographos ſemper, eſt diſtantia duorum meridianorum, in gradibus et ſcrupulis, ſeu minutis, æſtimata. Hujus autem evariationis determinatio eſt Theorema maximi in re maritimâ et loxodromicis usûs, et hactenùs à multis fruſtrà ſollicitatum. Hic autem, tanquam in triangulo rectangulo, datâ baſi cum angulo obliquo, utrumque crus quærendum tibi eſt. Hoc quoque perinde ut antecedens theorema triplici exemplorum genere explicare operæ videtur pretium. Sit igitùr primùm ab æquinoctiali navigatum per milliaria 100, angulo inclinationis loxodromiæ 33 gr. 45 ſcr. Hic, per propoſitionem 19, dabitur evariatio latitudinis $332\frac{50}{100}$ ſcrupulorum, ſive 5 grad. $32\frac{50}{100}$ ſcru. Sed, quia plus dimidio ſcrupulo hic abundat, aſſumam 5 gr. 33 ſcr.; ut ad hunc uſque ab æquinoctiali parallelum deventum eſſe conſtet; et per propoſitionem 28 cruris μηκοδυναμικῶ pars quota ſingulis parallelis attribuenda $\frac{1670}{10000}$: unde, per propoſitionem antecedentem, dantur evariatæ longitudinis 3 gr. 42 ſcr. 47 ſec.

Secundò, ſit à parallelo 47 navigatum angulo inclinationis loxodromiæ 33 gra. 45 ſcr. intervallo milliarium 100: quæritur evariatæ longitudinis quantitas. Cum, per 18 propoſitionem, loxodromiæ ejuſdem ſegmenta inter æquales parallelos ſint æqualia, igitùr, per 19 propoſitionem, datur parallelorum diſtantia $332\frac{50}{100}$ ſive, quod idem ſit, 5 gra. 33 ſcr., qui, à 47mo parallelo numerati, incident in 52 gra. 33 ſcr. Hinc jam pars quota cruris μηκοδυναμικῶ ſingulis parallelis attribuenda dabitur per propoſitionem 28, nempe $\frac{1670}{10000}$. Inde per 29 propoſitionem dabuntur ſcrupula evariatæ longitudinis; nam differentiæ numeri in canonicis parallelorum, qui pertinet ad 47 gr. et numeri qui pertinet ad 52 gra. 33 ſcr. quadruplum eſt 20,660,132; unde fit hæc proportio, per propoſitionem 30; quemadmodum 10,000 ad 20,660,132, ita $\frac{1670}{10000}$ ad $345\frac{1}{5}$ ſcrupula, qui ſunt 5 grad. 45 ſcrup. 7 ſec. Ita vides eâdem curſûs hujus inclinatione et menſurâ, inter hos parallelos longitudinis evariationem 2 gr. majorem eſſe quàm circà æquinoctialem.

Exemplum tertium tale eſto: à latitudine auſtrinâ 36 gr. verſùs æquinoctialem et ultrà navigatum ſit milliaribus 1500, angulo inclinationis loxodromiæ 33 gr. 45 ſcr. ut ſuprà; quæritur longitudinis evariatio. Hìc, per propoſ. 19, datur parallelorum diſtantia 4989, qui ſunt gradus 83, ſcr. 9, ut ideò terminus loxodromiæ pertingat ad parallelum boreum 47 gr. 9 ſcr. Jam pars quota cruris mecodynamici ſingulis parallelis attribuenda, per propoſ. 27, datur $\frac{1670}{10000}$. Hinc aſſumuntur numeri è canonicis parallelorum, qui pertinent ad 36 gr. et ad 47 gr. 9 ſcr. Horum ſummæ quadruplum eſt 221,342; unde fit hæc proportio; ut 100 ad 221,342; ita $\frac{1670}{10000}$ ad $3699\frac{4}{10}$ ſcr. qui ſint ſanè 61 gr. 39 ſcr. Atque tanta eſſet intrà dictos parallelos evariatio longitudinis, ut proximè.

Si loxodromia data ſit aliqua è vulgò uſitatis, poterit idem per canones παγχύφεις faciliùs explicari, quemadmodum aliquot exemplis, in illarum tabularum conſtructione et uſu, infrà libro ſecundo demonſtratur.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Dato parallelo cum latitudinis et longitudinis evariatione, loxodromiæ inclinationem et quantitatem invenire.

UT loxodromiæ inclinatio inveniatur è longitudinis et latitudinis differentiâ, omninò opus eſt latitudinis initium conſignari, et prætereà in quam plagam diſcedatur à dato parallelo, nempe, an versùs polos, an versùs æquinoctialem; nam pro illius principio et plagâ loxodromiæ inclinatio quoque variari poteſt. Exemplum primum tale eſto. Ab inſulâ Divi Thomæ ſub ipſo æquinoctiali ad oſtium Fluvii Argentei in Braſiliâ, vulgò *Rio de Plata* dicti, longitudinis differentia ſtatuitur 60 gr. et hujus eſt ab æquinoctiali diſtantia 34 gr. præter propter. Quæritur quâ curſûs inclinatione, ſeu loxodromiâ, ab inſulâ D. Thomæ ad dicti fluvii oſtium, et quanto ejuſdem curſûs intervallo ſit navigandum. Hîc igitur ex duobus cruribus quærenda eſt baſis, cum angulo altero obliquo. Nam differentia latitudinis eſt totius trianguli loxodromici crus alterum; è differentiâ longitudinis autem crus reliquum erit inveſtigandum. Primùm 34 gr. in meridiano dabunt milliaria 510: tùm è differentiâ longitudinis 60 gr. dabitur, per propoſitionem, in triangulo loxodromico cruris mecodynamici pars quota in milliaribus, ſingulis parallelis attribuenda, $\frac{41448}{100000}$. Hæc per numerum parallelorum, 2040, multiplicata (tot enim triangula loxodromica interſunt per propoſ. 23,) dabunt milliaria $845\frac{5592}{10000}$. Additis igitùr horum crurum quadratis, nempe à 510 et $845\frac{5592}{10000}$, dabitur etiam baſis $987\frac{4393}{10000}$ milliarium: atque tanta erit dictæ loxodromiæ quantitas. Denique è datis cruribus dabitur quantitas anguli inclinationis: *ut enim milliaria evariatæ latitudinis* 510, *ad crus mecodynamicum* $845\frac{5592}{10000}$; *ita radius ad tangentem anguli inclinationis*, per propoſitionem: unde ipſe angulus loxodromiæ quæſitæ datur 58 gr. 54 ſcr.

Exemplum alterum eſto, ubi utraque latitudo ſimilis. A *Faiael*, inſularum Flandricarum unâ, ad inſulam prope fretum Davis, quam, à Pario lapide Jaſpidem referente, *Bellam*, tanquam pulchellam, vocant, quâ loxodromiâ contendendum ſit, quæritur: utriuſque autem latitudo eſt Borea, illius 38 gr. 50 ſcr. hujus autem 52 gr. 21 ſcr. differentia longitudinis ſit 16 gr. 12 ſcr. Itaque numeri parallelorum canonici utriuſque latitudinis erunt 3699. 1192 et 2531. 2354. Horum differentiæ autem quadruplum erit 4668. 7352. ideóque (per propoſ. 14.) $4468\frac{73}{100}$ minuta evariatæ longitudinis attribuunt ſingulis parallelis unum milliare; ergò 16 gra. 12 ſcru. hoc eſt, ſcr. 972 dabunt $\frac{2082}{10000}$ milliaris: parallelorum autem differentia eſt ſcrupulorum 811; unde latus mecodynamicum dabitur $168\frac{85}{100}$ milliarium, et ex his cruribus baſis loxodromicæ longitudo $263\frac{85}{100}$, et angulus inclinationis loxodromiæ 39 gr. 47 ſcr.

Exemplum tertium tale eſto, ubi utraque latitudo ſit diſſimilis. Bantam in Moluccis habet longitudinem à longitudine Capitis de Aguillas, prope Caput Bonæ Spei in extremo Africæ promontorio, ſecundùm accuratiores noſtrorum hominum obſervationes, diſtantem 86 gr. 50 ſcr. Latitudo autem Bantam eſt 6 gr. 45 ſcr. auſtrina, et latitudo Capitis de Aguillas eſt 35 grad. 0 ſcru. borea;

quæritur

quæritur quo loxodromiæ angulo à Bantam ad Caput de Aguillas ſit navigandum, et quanto ejuſdem intervallo. Hìc igitùr primùm differentia latitudinis, quæ eſt illìc 6 gr. 45 ſcr. auſtrina, et hìc 35 gra. borea, erit 41 gra. 45 ſcrup. ſive ſcrupulorum 2505. Unde datur è Canonicis parallelorum primùm 405. 9366, deinde 2244. 1764; ſummæ ſimùl utriuſque quadruplum 10,600. 4520. Differentia autem longitudinis 86 gr. 50 ſcr. efficit ſcrupula 5210. Unde, per propoſitionem 14, concludes hoc modo: 10,600$\frac{45}{100}$ ſcrupula longitudinis occupant in ſingulis his parallelis 1 milliare; ergò 5210 ſcrupulis cedunt in ſingulis parallelis $\frac{4915}{10000}$ milliaris. Sunt autem paralleli ſimùl in baſibus triangulorum mecodynamicorum 2505. Atque ideò in univerſis ſimùl, pro baſi mecodynamico communi, milliaria 1231$\frac{2075}{10000}$. Latitudinis autem differentia habet milliaria 626$\frac{1}{4}$. Atque ex his trianguli rectanguli cruribus datur baſis, quæ eſt loxodromiæ longitudo, 1381$\frac{32}{100}$ milliarium. Denique etiàm angulus inclinationis: ut enim differentia latitudinis 626$\frac{1}{4}$ milliarium ad crus mecodynamicum 1231$\frac{2075}{10000}$, ita radius ad tangentem anguli inclinationis, qui hinc datur 63 gra. 3 ſcru. quare angulus loxodromiæ erit tantus.

PROPOSITIO XXXIII.

Dato parallelo, et loxodromiæ inclinationis angulo, cum evariatione longitudinis, loxodromiæ quantitatem et latitudinis evariationem invenire.

SIT igitùr ab inſulâ Divi Thomæ ſub æquinoctiali navigatum versùs oſtium fluminis argentei, ſeu *Rio de Plata*, (quemadmodum Hiſpanico idiomate vocatur,) ſub angulo inclinationis loxodromiæ 58 gr. 54 ſcr. ut hoc curſu longitudinis evariatio ſit facta graduum 60; quæritur loxodromiæ quantitas cum evariatione latitudinis. Id erit concludendum hoc modo, ut primùm experiaris quantum deni, vel viceni, aut triceni latitudinis gradus ſub hac inclinatione longitudinem evarient: quæ res perfacilem habet explicationem è propoſitionis vigeſimæ octavæ conſectario. Quadrans enim tangentis datæ inclinationis loxodromicæ, per radium diviſus, dabit milliaria cruris mecodynamici ex æquo ſingulis parallelis æqualitèr attribuenda. Ut ſi detur inclinatio 58 gr. 54 ſcr. Nam tangentis hujus 165,772 quadrans 41,443 per radium diviſus dabit $\frac{41443}{100000}$ unius milliaris in ſingulis parallelis. Si itaque per hunc numerum multiplices illius è parallelorum canonicis numeri, qui ad 10 gr. pertinet, quadruplum, dabitur evariatio longitudinis, quanta ſub hoc curſu ad parallelum decimi gradûs ab æquinoctiali à principio ad finem intercidat, per propoſitionem 30mam, nempe ſcrupula 398$\frac{474}{1000}$. Unde proportio hujuſmodi inſtituetur. Quemadmodum 398$\frac{474}{1000}$ ſcrupula inventa, ad optata 3600 (tot enim ſcrupula 60 gradibus evariatæ longitudinis continentur;) Ita aſſumptus numerus parallelorum canonicus 10 grad. 240. 1940 ad numerum quartum 2171$\frac{659}{1000}$: qui omninò quærendus tibi ſit in canonicis parallelorum; cui illic reſpondent 34 gr. 0 ſcr. 19 ſec. Aio itaque hoc curſu navigandum ab æquinoctiali ad parallelum 34 gr. ut longitudinis evariatio ſit 60 gr. Si enim numerum inventum 2171$\frac{659}{1000}$ per $\frac{41443}{100000}$ multiplices, fiunt ſcrupula 3600.00; hoc eſt, gradus evariatæ longitudinis 60 exactè,

exactè, quemadmodum postulabatur. Veritás hujus factionis liquet ex ipsâ canonicorum nostrorum numerorum affectione, et terminis multiplicationis. Namque canonici 10 gra. numeri quadruplum $960\frac{7760}{10000}$, multiplicatum per milliarium numerum mecodynamicum $\frac{41443}{100000}$, dat scrupula evariatæ longitudinis $398\frac{174}{1000}$. Atque in secundo quadruplus numeri canonici, quem jam assumimus pertinere ad 34 gr. nempe $8686\frac{6396}{10000}$ multiplicatus per eadem milliaria mecodynamica $\frac{41443}{100000}$, dat evariatæ hujus latitudinis scrupula 3600. Hoc modo

$$\begin{array}{cc} 960\frac{7760}{10000} & 8686\frac{6396}{10000} \\ \frac{41443}{100000} & \frac{41443}{100000} \\ \hline 398\frac{17}{100} & 3600 \end{array}$$

Quamobrem facti erunt proportionales multiplicatis. Erit igitùr, ut $398\frac{17}{100}$, nempe scrupula longitudinis inventa, ad suum numerum $960\frac{7760}{10000}$: ita scrupula proposita 3600 ad suum numerum, cujus quadrans est canonicus, et in tabulâ $2171\frac{65990}{100000}$ ostendit parallelum 34 gr. unde, per propositionem, loxodromiæ ipsius longitudo invenietur per quadrata crurum trianguli totius mecodynamici. Crus longitudinis mecodynamicum è 34 graduum parallelis datur $845\frac{437}{1000}$ et milliaria evariatæ latitudinis 510. Inde loxodromiæ ipsius longitudo milliarium $987\frac{35}{100}$.

Esto exemplum secundum, ubi cursus à parallelo aliquo versùs polum proximum dirigitur. Sit itaque idem cursus 58 gr. 54 scr. datus, et eadem longitudinis evariatio graduum 60. Initium autem à parallelo 24 gr. versùs polos. Itaque paralleli alicujus, ut puta 10 graduum, aut 20 graduum, numerum canonicum assumito; atque inde, ut ante, ejus numeri quadruplo per cruris mecodynamici milliaria, quantum in singulis parallelis sub hac inclinatione occupat, $\frac{41443}{100000}$, multiplicato, dabuntur minuta illi evariationi debita, ut suprà $398\frac{174}{1000}$. Atque inde fiet hæc proportio; quemadmodum ante $398\frac{174}{1000}$ dant numerum; ergo 3600 dabunt $2171\frac{65990}{100000}$, numerum canonicum; qui, additus ad canonicum 24 gr. $1484\frac{0097}{10000}$, conflat summam $3655\frac{6696}{10000}$, qui pertinent in Canone parallelico ad 51 gr. 54 scr. 19 sec. Atque ideò secundùm demonstrata in exemplo primo à 24 gra. ad 51 gra. 54 scr. navigandum esset hoc cursu antequam istam longitudinis evariationem assequaris. Unde, per propositionem 32dam, datur ipsius loxodromiæ longitudo milliarium $987\frac{35}{100}$.

Tertium exemplum esto ubi cursus à parallelo boreo ultrà æquinoctialem excurrat. Sit à parallelo 23 gr. 30 scr. navigatum in austrum sub inclinatione loxodromiæ 58 gr. 54 scr. et longitudinis evariatione 120 gr. Hìc, ut anteâ, paralleli alicujus numerum canonicum, ut puta gradûs decimi, assumito, nempe 240.1940; eóque per cruris mecodynamici milliaria in singulis parallelis sub hac inclinatione multiplicato $\frac{41443}{100000}$, dabuntur minuta $398\frac{174}{1000}$ longitudinis evariationi ad decimi gradûs parallelum ab æquinoctiali debita. Atque inde fiet hæc proportio; quemadmodum priùs, $398\frac{174}{1000}$ dant numerum canonicum 240.1940; ergò gradus evariatæ longitudinis, quæ sunt minuta 7200, dabunt $4343\frac{3198}{10000}$. Quia autem numerus iste major est numero canonico paralleli propositi 23 grad. 30 scru. $1451\frac{23590}{100000}$, id argumentum est, illam loxodromiam ultrà æquinoctialem protendi: ideóque hunc de illo deducam: reliquus $2892\frac{0839}{10000}$ erit canonicus numerus in canone inquirendus, cui respondent 43 gr. 21 scr. 10 sec. Ut sub

hâc

hâc inclinatione à boreo parallelo 23 gr. 30 fcr. initio facto ad auftrinum ufque 43 gr. 21 fcr. decurrendum fit, ut longitudinis evariatio 120 graduum efficiatur. Unde per propofitionem 30^mam^ datur ipfius loxodromiæ longitudo milliarium $1974\frac{70}{100}$; quemadmodum erat propofitum.

Atque hinc expeditiffimè adeò invenias quantum in latitudine evarietur continuè ab æquinoctiali, fi eadem affumatur ubique longitudinis differentia. Ut fi quæratur fub inclinatione loxodromiæ 33 gr. 45 fcr. et evariatione longitudinis duorum graduum continuâ, quanta fit evariatio latitudinis. Hic primùm, quemadmodum ante, per proportionem concludes, quantum quilibet parallelus affumptus evariet fub hâc inclinatione, crus in fingulis parallelis mecodynamicum eft milliarium $\frac{16702}{100000}$: inde fi affumatur evariatio latitudinis unius tantum gradûs, cui competit numerus canonicus 60.0030, à cujus quadruplo dabuntur per propofitionem 30^mam^ fcrupula evariatæ longitudinis $40\frac{08680}{100000}$. Atque hinc fit hæc proportio; quemadmodum fcrupula $40\frac{08680}{100000}$ ad optatæ evariationis fcrupula 120, ita numerus canonicus affumptus 60.0030 ad quæfitum canonicum 179.6192, qui dat evariationem latitudinis 2 grad. 59 fcrup. $32\frac{2}{3}$ fec. Inde, fi evariationem 4 graduum longitudinis quæras, numerum inventum duplicato; fi fex, triplicato; fin octo, quadruplicato: atque ita porrò, quemadmodum hic viciès continuatos numeros canonicos vides 179.6192, 359.2384, 538.8576, 718.4768, 898.0960, 1777.7152, 1257.3344, 1436.9536, 1616.5728, 1796.1920, 1975.8112, 2155.4304, 2335.0496, 2514.6688, 2694.2880, 2873.9072, 3053.5264, 3233.1456, 3412.7648, 3592.3840. Qui omnes numeri cum canonicis comparati dabunt parallelos optatos; inter quos hoc curfu longitudinis evariatio ubique par, nempe duorum graduum, inveniatur; paralleli autem quæfiti funt ifti, quemadmodum hic ordine difpofitos vides.

gr.	fcr.	fec.
2	59	$32\frac{2}{3}$
5	59	$35\frac{1}{2}$
8	56	40
11	53	19
14	48	4
17	40	$30\frac{1}{2}$
20	30	14
23	16	$53\frac{1}{2}$
26	0	$8\frac{1}{2}$
28	39	42
31	14	17
33	46	$45\frac{1}{2}$
36	14	53
38	36	$31\frac{1}{2}$
40	54	32
43	8	2
45	16	47
47	20	$53\frac{1}{2}$
49	20	14
51	14	59

Atque

Atque ita porrò in quâlibet loxodromiâ; ut jam perquam expeditum fit, hanc continuationem longitudinum quamlibet longè producere.

Idem ALITÈR *et faciliùs.*

IDEM problema etiàm alitèr, et quidem multo faciliùs, abfque ullâ divifione abfolvetur, fi id modò rectè expenderis, quod fit, Quemadmodum radius ad tangentem complementi anguli datæ inclinationis, ita fcrupula propofitæ longitudinis ad canonicum.

Unde "quantum denis, centenis, aut millenis denique, fcrupulis cedat" facilis eft explicatio.

Ut fi proponatur anguli loxodromici inclinatio eadem quæ priùs, initio ab ipfo æquinoctiali derivato, nempe 58 gr. 54 fcr. tangens complementi hujus fuerit 6,032,386. Is numerus, per radium divifus, dabit $\frac{6032386}{10000000}$ numerum canonicum debitum uni fcrupulo; et $\frac{6032386}{1000000}$, pro fcrupulis 10, et $\frac{6032386}{100000}$ pro centum, atque ita in millenis deinceps. Cujus ratio è propofitionis factione et demonftratione manifefta eft. Cum enim numerus canonicus datæ latitudinis, per datæ loxodromiæ crus mecodynamicum fingulis parallelis debitum multiplicatus, exhibeat quadrantem fcrupulorum evariatæ longitudinis: ideò quadrans fcrupulorum evariatæ longitudinis per idem crus mecodynamicum divifus dabit numerum canonicum fuæ latitudini competentem. Atqui crus mecodynamicum in fingulis parallelis fub datâ inclinatione eft quadrans tangentis per radium divifi. Quamobrem erit, ut quadrans tangentis anguli inclinationis ad radium, ita quadrans fcrupulorum evariatæ longitudinis ad numerum canonicum latitudinis evariatæ; hoc eft, (fi primi et tertii affumatur quadruplum) ut tangens ad radium, ita fcrupula evariatæ longitudinis ad numerum canonicum evariatæ latitudinis, Atqui, quemadmodum tangens ad radium; ita radius ad tangentem complementi; quare ex æquo quoque erit, *Ut radius ad tangentem complementi anguli inclinationis datæ, ita fcrupula evariatæ longitudinis ad numerum canonicum evariatæ latitudinis.* Hoc eft, fi totus radius intelligatur fcrupula evariatæ longitudinis exprimere, jam canonicus numerus (qui ex divifione quartæ partis eorundem fcrupulorum per quantitatem cruris mecodynamici exftitiffet) effet tangens complementi inclinationis datæ. Ergò, fi fcrupulum affumatur evariatæ longitudinis 1, 10, 100, 1000, dabitur crus mecodynamicum eidem evariationi debitum; unde latitudinis evariatio ex ipfo canone dabitur.

Hinc itaque propofiti problematis abfque ullâ divifione folutio erit perfacilis. ut fi proponatur inclinatio 58 gr. 54 fcr. et longitudinis evariatio graduum 60, quæ funt fcrupula 3600. Erit igitur, Quemadmodum 10,000,000 ad tangentem complementi 58 grad. 54 fcrup. nempe 6,032,386, ita 3600 fcr. evariatæ longitudinis ad numerum canonicum parallelorum $2171\frac{6550600}{10000000}$, feu, quod idem fit (quia numeri canonici tantum ad 10,000 funt expofiti), ad 2171.6589, cui in tabulis canonicis competit latitudinis evariatio 34 gra.

Efto etiàm exemplum alterum curfûs à parallelo aliquo versùs polum proximum. Sitque eadem loxodromiæ inclinatio 58 gra. 54 fcru. cujus initium fit à

 parallelo

parallelo 24 graduum; atque eadem longitudinis evariatio ac priùs, scilicet, 60 graduum. Quare hic proportionis termini erunt iidem qui priùs, nempe, 10,000,000, et, tangens complementi, 6,032,386, et scrupula 3600; unde datur numerus canonicus 2171. 6589. Huic addendus est numerus canonicus 24 gr. nempe 1484. 0097. Summa hinc conflata dabit numerum canonicum 3655. 6686, qui è canone nostro dabit parallelum 51 gr. 54 scr. et pauxillo amplius. Huc usque igitùr isto cursu, atque istâ longitudinis evariatione, deventum fuerit.

Denique si eodem cursu, eâdémque longitudinis evariatione, ab eodem parallelo versùs æquinoctialem cursus fuisset institutus, jam à termino canonico 2171. 6589 invento canonicus 24 gr. erit deducendus, et dabitur reliquus 687. 5462, cui adjacent 11 gr. 23 scr. Et huc usque à parallelo boreo 24 gr. deventum sit hoc cursu ad parallelum austrinum 11 gr. 23 scr. Atque tanto hæc factio expeditior est priore; cúmque illic geminum opus et multiplicationis et divisionis subeundum sit, hìc solâ multiplicatione totum negotium absolvitur.

PROPOSITIO XXXIV.

Dato parallelo, longitudinis evariatione et loxodromiæ mensurâ; ejusdem inclinationem et latitudinis evariationem invenire.

ETIAMSI et hoc et antecedens problema ad usum nauticum parùm habeat momenti, tamen ut artis nostræ integritatem et perfectionem quàm evidentissimè demonstrem, utrumque proponere et proposito exemplo illustrare placuit. Hoc verò novissimum non nihil amplius difficultatis habet; quin adeò Robertus Hues, (qui hæc à nobis proposita problemata duntaxàt in iis septem loxodromiis, quæ in sphæricâ superficie describuntur, mechanicè tantùm explicat, et quidem admodùm ὁλοσχερῶς,) huic novissimo tale adscribit eulogium. "Non est quidquam in totâ hâc arte, quod difficilius sit inventu, quam Rumbus (ita, Nonium secutus, loxodromiam * vocat) ex dato intervallo et differentiâ longitudinis, neque aliàs quàm operosâ et sæpiùs iteratâ praxi et multis dimensionibus exquiri potest per globorum usum. Cúmque sit hæc praxis tam prolixa et tanti laboris, minùs est necessaria, aut prorsùs inutilis, quoniam longitudinis differentia difficultèr investigatur, ut suprà monuimus. Cujus inventionem utinam præstarent magni nostri ostentatores, ut liceret tandem aliquid ab his expectare præter nuda verba, vanas pollicitationes, et inanem spem." Et hæc ille; cum tamen nihil præter rudem factionis typum in omnibus ferè aut exhibeat, aut requirat, et qui ad loxodromiarum proprietates et affectiones exprimendum utcunque sit opportunus, in usu autem ipso parùm aut nihil habeat momenti. Nos hìc loxodromiarum inclinationes ad scrupula prima usque, et ad horum particulas quoque, si ita cuiquam libeat, inveniendi modum commonstrabimus.

Esto itaque primò cursûs instituti initium ab ipso æquinoctiali, ut loxodromiæ longitudo sit milliarium 800, et longitudinis evariatio 50 gr. 19 scr. Quæritur

* *Potiùs legendum videtur,* Loxodromiæ angulum seu inclinationem.

tur hujus loxodromiæ inclinationis angulus, et latitudinis ejusdem evariatio, huic longitudini et simul loxodromiæ magnitudini debita. Hìc ante omnia periculum est faciundum, utrum sub eodem parallelo sit navigatum, an verò per aliquam loxodromiam cursus sit institutus. Nam si propositi cursûs milliaria, per milliaria unius gradûs in parallelo unde initium factum est divisa, eandem evariatæ longitudinis quantitatem exhibeant, utique res ipsa loquitur, sub eodem parallelo cursum esse institutum, et in latitudine hìc nihil esse evariatum. Nam per propositionem undecimam, ut radius ad quadruplum secantis dati paralleli, ita quoque numerus milliarium ad scrupula in eo parallelo ipsis congrua. Ergò si sub æquinoctiali iter sit institutum, numerus milliarium quadruplicatus dabit scrupula ipsis debita: ut hìc 800 milliaria facerent scrupula 3200, qui sunt gradus 53 scr. 20. Atqui evariatio longitudinis exposita est 50 gr. 19 scr. unde efficitur, versùs minores parallelos cursum fuisse inclinatum, id est, per loxodromiam aliquam hoc cursu esse decursum. Reliquum est igitùr, ut tentando et conjectando ad quæsitum scopum collineemus, assumptâ primùm loxodromiâ * quâlibet, ut, putà, inclinatione 45 gr., ut constet suprâne an infrà hanc quæsita inclinatio pertingat. Id autem facile est. Cum enim per secundam praxin propositionis antecedentis sit; ut Radius ad tangentem complementi inclinationis, ita scrupula evariatæ longitudinis ad numerum canonicum; unde latitudinis evariatio quoque cognoscatur; hìc autem radius et tangens complementi æquentur: etiàm scrupula datæ longitudinis numero canonico erunt æqualia, quæ nunc sunt 3019. His porrò ad 10,000 reductis, quemadmodum numeri canonici sunt expressi, fiunt 3019.0000. Huic competunt latitudinis gr. 44, scr. $52\frac{1}{3}$, et inde dantur sub hâc inclinatione milliaria loxodromica $867\frac{0129}{100000}$; quæ sunt plura datis: ea enim sunt tantùm 800. Quare illud indicii satìs est, angulum inclinationis majorem esse loxodromiâ assumptâ; et contrà, si loxodromia inventa minor sit datâ, tùm minorem esse reverâ quàm sit assumpta. Quamobrem assumatur alia, et quidem major, inclinatio quàm priùs, scilicet, angulus 60 graduum. Hinc eâdem viâ, per secundam antecedentis propositionis factionem, dabitur numerus canonicus 1743. 0205, cui cedunt 27 gr. $52\frac{86}{100}$ scr. evariatæ longitudinis; atque inde loxodromiæ longitudo milliarium $811\frac{4300}{100000}$, quæ etiamnum major est propositis 800. Rursùm igitùr majorem, 10 gr. nempe 70 graduum, inclinationem assumam (hoc enim incremento eam inclinationem intrà denos gradus primùm concludes haud admodùm operosè) unde numerus canonicus existet 1098. 8260, et unde dabitur latitudinis evariatio 18 gr. $0\frac{721}{1000}$ scru. atque loxodromiæ quantitas $789\frac{9523}{100000}$, quæ est minor datâ; quod ipsum quoque indicium est, assumptam inclinationem majorem esse quæsitâ. Quamobrem constat intrà 60 et 70 gradus eam cöerceri. Hìc deinceps per quinos primùm tentandum censeo; unde constet, suprâne an infrà 65 gr. inclinatio quæsita consistat. Ego 66 gr. 15 scr. hìc assumpsi: unde numerus canonicus datur 1328. 3901, et inde latitudinis evariatio 21 gra. $36\frac{35}{100}$ scrup.; loxodromiæ autem longitudo milliarium $804\frac{7862}{100000}$, quæ est major datâ. Quare loxodromiæ quæsitæ angulus inclinationis hâc major erit; et tamen minor quam 70 gra. Assumantur igitur 68 gr. unde canonicus datur 1219. 7516, et latitudinis evariatio 19 grad. 55 scrup. loxodromiæ verò longitudo millia-

* Hìc per vocem *Loxodromiâ* auctor intelligit angulum, seu inclinationem, Loxodromiæ, seu curvæ Loxodromicæ.

rium $797\frac{5042}{10000}$; quæ eſt minor datis 800: unde planum eſt, hanc noviſſimè aſſumptam inclinationem majorem eſſe quæſitâ. Quamobrem cum ex iſtâ inductione liquidò conſtet angulum inclinationis quæſitæ intrà hos terminos 66 gra. 15 ſcr. et 68 grad. coerceri, licebit eâdem viâ ſemèl iteratâ adhuc anguſtiores limites haud difficultèr præfigere; ut intrà unius gradûs magnitudinem inclinatio quæſita cogatur: aut vel nunc jam per regulam falſarum poſitionum ex inventis ad minutum uſque propemodùm definire, hoc modo. Crus mecodynamicum in ſingulis parallelis ſub inclinatione 66 gr. 15 ſcr. eſt milliarium $\frac{56817}{1000000}$, et inde loxodromiæ quantitas ſuprà inventa $804\frac{7862}{10000}$ excedit ſummam propoſitam 800, milliaribus $4\frac{7862}{10000}$: et, ſecundò, ſub inclinatione 68 grad. datur crus mecodynamicum $\frac{61877}{1000000}$; unde loxodromiæ quantitas ſuprà fuit exhibita milliarium $797\frac{5042}{10000}$, quæ deficiunt ab expoſitis, ſive datis, (ſcilicet, 800,) quantitate $2\frac{4959}{10000}$ milliarium. Hos autèm numeros, ex hujus regulæ falſarum poſitionum formulâ, ordinabimus hoc modo.

$\frac{56817}{1000000}$	$+\ 4\frac{7862}{10000}$.	$2\frac{961556974}{10000000000}$
$\frac{61877}{1000000}$	$-\ 2\frac{4959}{10000}$.	$1\frac{418095503}{10000000000}$
	$7\frac{2821}{10000}$	$4\frac{379652477}{10000000000}$

Unde, multiplicatione ad decuſſim factâ, dabuntur numeri $2\frac{961556974}{10000000000}$, et $1\frac{418095503}{10000000000}$; et, quia ſigna ſunt diverſa, fiat additio. Unde dabitur diviſor $7\frac{2821}{10000}$ et dividendus $4\frac{379652477}{10000000000}$; quâ diviſione peractâ et ad ſuas milleſimas revocatâ, dabitur quotus $\frac{60143}{1000000}$, pro milliaribus evariatæ longitudinis in ſingulis parallelis. Cujus quadruplum 240,572 eſt tangens inclinationis per conſectarium propoſitionis 28: unde ipſe inclinationis quæſitæ angulus datur 67 gra. 26 ſcr. Atqui hinc dabitur numerus canonicus 1254. 6360, et evariatio latitudinis 20 gr. $27\frac{2}{3}$ ſcr. atque loxodromiæ longitudo $799\frac{56}{100}$ milliarium, cum debeant eſſe 800. Ergò paucis ſcrupulis, inclinatio erit major, utpote 67 grad. 30 ſcr. exactè, quem terminum calculus iteratus exhibebit. Eadem via obtinet in reliquis, ſi forte loxodromiæ initium ab ipſo æquinoctiali non ſumatur. Atque ita hujus theoriæ, et ſimùl libri primi, finis hic eſto *.

* Hoc Problema à doctiſſimo viro, Edmundo Halley, anno Domini 1695, ſeu pluſquam ſeptuagintà annis poſt hujúſce Libri, à Snellio ſcripti, impreſſionem, eruditis Angliæ Mathematicis propoſitum eſt tanquam novum omninò problema, quod nunquam anteà aut ſolutum aut etiàm tentatum fuerat: unde colligi poteſt hunc Snellii tractatum ab illo nunquam fuiſſe viſum: quod tamen mirum quodammodò videri neceſſe eſt in homine qui non ſolùm in Mathematicis Scientiis erat multùm et felicitèr verſatus, ſed etiàm navigandi artem percalluiſſe cenſebatur, immò et ipſe, ut navis magiſter, exercuerat in longâ navigatione ab Angliâ uſque ad inſulam Sanctæ Helenæ ultrà Æquatorem ſitam. Vide initium tractatûs antecedentis hujúſce tomi quarti *Scriptorum Logarithmicorum*: in quo tractatu Solutio directa et generalis hujus Problematis, ſanè admodùm ſubtilis et abſtruſi, exhibetur, et pleniſſimè et luculentiſſimè explicatur; quæ à ſolertiſſimo viro, Georgio Atwood, A. M. (ante annos aliquot apud Cantabrigienſes Collegii Sanctæ Trinitatis Socio,) nupèr inventa fuit, et mecum communicata. Hæc quidem Solutio generalis eſt omninò ſcientifica, et eſt talis, ut opinor, qualem Halleius videre optaverat, et à quâdam ſerie infinitâ Logarithmicâ, à Jacobo Gregorio olìm, anno Domini 1671, inventâ, derivatur. Sed, licet verè ſcientifica ſit iſta Solutio generalis, ad uſus tamen nauticos non tàm commoda eſſe mihi videtur quàm præcedens Snellii Solutio ejuſdem problematis his paginis declarata, quæ non niſi tentando perficitur: quoniam hæc tentamina, quanquam ſæpiùs iteranda, minus exigunt laboris quam ſimplex et directa applicatio ſolutionis iſtius generalis, et tamèn, in fine calculi, magnitudinem anguli quæſiti, ſeu inclinationis Loxodromiæ ad Meridianum, non minus exactè definiunt. In materiâ autèm tàm ſubtili et difficili utraque Solutio valdè utilis eſt cenſenda, quoniam altera alteram confirmat.

F. M.

WILLE-

WILLEBRORDI SNELLII

HISTIODROMICES

LIBER SECUNDUS,

DE EJUS PRAXI:

SIVE,

DE NAUTICÆ DIVINATIONIS EMENDATIONE.

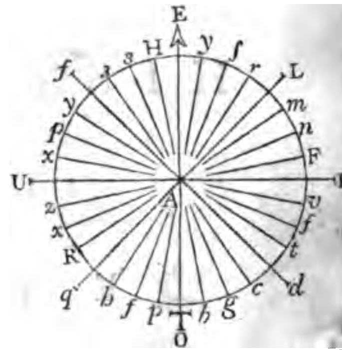
HACTENÙS loxodromiarum affectiones omnes inſpeximus, et accuratè ſumus contemplati, ut earum inclinationes per gradus et ſcrupula, atque alias minimas quaſque particulas, explicare et perſequi liceat. Sequitur earum uſus; ut quantum maritima praxis nobis addicat, quantúmque fidei ei ſit habendum, deinceps videamus. Et primùm quidem de numero loxodromiarum vulgò recepto.

PROPOSITIO I.

Loxodromiæ principales in ſingulis quadrantibus ita ordinantur ut inter meridianum et loci parallelum ſeptem intercidant, quæ angulum rectum in octò æquales partes diſpeſcant; quæque et ipſæ iterùm in ſemiſſes et quadrantes ſubdividuntur.

LOCI cujuſque parallelum ab ejuſdem meridiano normalitèr ſecari, ex elementis ſphæricis notum eſt; atque hâc ſectione mundi plagas in quatuor quadrantes diſparari, lib. 1, propoſitione 7, demonſtravi: à meridiano nempe ſeptentrionem et auſtrum, à parallelo autem ortum et occaſum deſignari. Id in plano rectis ſeſe normalitèr ſecantibus exprimi ſolet, quæ lineæ ſunt tanquam tangentes hos circulos in communi illarum ſectione. Ut, ſi propoſiti loci linea meridiana ſit EO, et ejuſdem verticalis primarius UI: túmque E ſeptentrionem ſpectet, O meridiem, I ortum, U occaſum. Hìc OE lineæ ductum ſecutus meridianum.

meridianum obibis, et maximum ideò circulum defcribes à meridie in feptentrionem, aut contrà. Si verò fequaris lineam UI, et A punctum fub ipfo fit æquinoctiali, tum UI continuata terræ æquatorem defignabit: aut fi extrà eum alibi fit in fphæræ obliquæ fitu, circulum aliquem ipfi parallelum. Atque ita uterque hic curfus circulum nobis defignat per prop. fextam et feptimam libri primi; anguli autem intermedii in fingulis quadrantibus non item, per propofitionem 15. Hos vulgò rei maritimæ periti ad ufum navalem in octò æquales partes diftribuunt, ut anguli inclinationum, facto initio à meridiano, inter fe 11 graduum et 15 fcrupulorum intervallo diftent. Ut hic EA*y*, *y*A*s*, *s*A*r*, atque ita porro. Atque hinc adeò in fingulis quadrantibus octò conftituuntur curfus, ut primus à meridiano diftet intervallo 11 gr. 15 fcr. E quibus feptèm primi loxodromici fint, octavus autem, qui per UI educitur, loci ipfius parallelus; et angulus inclinationis primæ loxodromiæ fit EA*y* 11 gr. 15 fcr. fecundæ EA*s* 22 gr. 30 fcr. tertiæ EA*r* 33 gr. 45 fcr. quartæ 45 gr. 0 fcr. quintæ 56 gr. 15 fcr. fextæ 67 gr. 30 fcr. feptimæ 78 gr. 45 fcr. octavus autem curfus, qui nonagefimum implet gradum, eft κυκλοειδής. Atque ita totius mundi confpectus per quatuor quadrantes in duas et triginta plagas tribuitur. Naucleri fua habent vocabula quibus fingulas plagas pro confuetudine gentis appellent; quarum nomenclaturas finguli è vernaculo idiomate exprimunt. Nobis autem in arte fatìs erit ab ordine et fucceffione illas indigitare, vocando eas primam, fecundam, tertiam, atque ita porrò; quemadmodum paulò ante expreffi. Nomina et appellationes ufitatas, et quemadmodum eandem felicitatem græcâ compofitione affequamur, videto in fcholis. Verùm ifta unius quadrantis octifaria diftributio accuratioribus de arte navigandi fcriptoribus non fatisfacit; fed ab aliis octava quævis pars quadrantis etiàm biffecatur; ab accuratiffimis verò etiàm quadrifecatur, ut ita in fingulis quadrantibus exiftant curfus 32, et in toto circulo 128: fed has tantùm per plagarum quadrantes, femiffes et dodrantes explicant, neque ullis novis nominibus defignant, ne fectionis fubtilitas memoriæ gravis fit. Sequitur canonum ad has inclinationes et inclinationum particulas ordinatio et conftructio.



PROPOSITIO II.

Loxodromici canones πρόχειροι habent in confuetis inclinationibus latitudinis evariationem, atque loxodromiæ ipfius et cruris mecodynamici quantitatem ei debitam in milliaribus è regione expreffam.

LIBRI primi propofitione vicefimâ demonftratum eft, quomodo datâ latitudinis evariatione feu differentiâ, cum angulo inclinationis, curfûs quantitas intrà pofitos parallelos deprehendatur. Ut fi exponatur intervallum latitudinis gr. 40, et inclinatio loxodromiæ 60 gr. erit igitur, *quemadmodum radius ad quadrantem*

quadrantem secantis anguli inclinationis; ita scrupula evariatæ latitudinis ad milliaria loxodromiæ propositæ. Nempe ut 100,000 ad 50,000, ita 40 gradus, hoc est, scrup. 2400, ad milliaria 1200, quæ loxodromiæ quantitas benè accurata est. Cruris autem mecodynamici longitudo invenietur per propositionem 27. *Ut enim radius ad quadrantem tangentis datæ loxodromiæ, ita latitudinis evariatæ minuta ad milliaria cruris mecodynamici.* Utpote, quemadmodum radius 100,000 ad quadrantem tangentis 60 graduum, hoc est, ad 43,301; ita scrupula evariatæ latitudinis, ad milliaria mecodynamica 3039$\frac{2240}{10000}$. Et contrà; datis milliaribus cursûs loxodromici, dabitur evariatio latitudinis in gradibus et scrupulis, cum longitudine cruris mecodynamici per propositionem 19, et . . . Verùm ut hoc tabularum tædio leventur ii, qui minùs his tractandis adsueverunt, et ad usum quotidianum expeditius sit: visum est hos numeros, in consuetis loxodromiis, et earum semissibus et quadrantibus, subductos, exhibere; quos, quia semper in promptu et ad manum navarchis esse debent, *Canones* προχείρες indigitavimus. Harum autem ordo et dispositio ita habet, ut anguli inclinationis differentia per quadrantes unius octantis recti anguli increscat. Cum enim primariæ loxodromiæ per 11 graduum et 15 scrupulorum intervallum inter se disjungantur, hìc canones exhibemus per hujus intervalli quadrantes, nempe 2 gr. 48 scr. 45 sec. disjunctos. Ergò primus canon habet titulum ¼; secundus, (cujus inclinatio est 5 gr. 37 scr. 30 sec.) habet titulum ½; tertius, (cujus inclinatio est 8 gr. 26 scr. 15 sec.) habet titulum ¾; quartus habet titulum 1, seu primæ loxodromiæ, cujus angulus inclinationis est 11 gr. 15 scru. Verùm omnium conspectum unico canonio exhibere satius sit, ubi loxodromiæ earúmque partes cum suis inclinationum angulis è regione annotati exhibentur, quemadmodum hic vides.

	inclinatio.				*inclinatio.*				*inclinatio.*				*inclinatio.*		
lox.	gr.	scr.	sec.	lox.	gr.	scr.	sec.	lox.	gr.	scr.	sec.	lox.	gr.	scr.	sec.
¼	2.	48.	45.	2¼	25.	18.	45.	4¼	47.	48.	45.	6¼	70.	18.	45.
½	5.	37.	30.	2½	28.	7.	30.	4½	50.	37.	30.	6½	73.	7.	30.
¾	8.	26.	15.	2¾	30.	56.	15.	4¾	53.	26.	15.	6¾	75.	56.	15.
1	11.	15.	0.	3	33.	45.	0.	5	56.	15.	0.	7	78.	45.	0.
1¼	14.	3.	45.	3¼	36.	33.	45.	5¼	59.	3.	45.	7¼	81.	33.	45.
1½	16.	52.	30.	3½	39.	22.	30.	5½	61.	52.	30.	7½	84.	22.	30.
1¾	19.	41.	15.	3¾	42.	11.	15.	5¾	64.	41.	15.	7¾	87.	11.	15.
2	22.	30.	0.	4	45.	0.	0.	6	67.	30.	0.				

Tot enim canones ordinavimus, ut cursûs navalis minimas quoque particulas, quas in praxi notant, exprimeremus. Omnium autèm ordo est consimilis, ut unum cum nôris, omnes nôris. Exemplo esto nobis Canon primus cui titulus ¼, pagina 30, ubi primâ selide habes latitudinis evariationes per gradus singulos; inde à decimo per denos, usque ad octogesimum inclusivè: è regione selide secundâ, milliaria loxodromica hoc cursu primùm uni gradui debita, nempe 15.0180, quæ sunt 15$\frac{180}{10000}$ milliaria. Ita enim milliarium particulas ad 10,000 quoque sumus prosecuti. Tum selide tertiâ quantitatem milliarium mecodynamicorum

amicorum ſub ſuo titulo, nempe 7. 3690, ſive milliaria $7\frac{3690}{10000}$; atque ita deinceps quantum duobus, tribus, decem, viginti, gradibus competat. Jnde ſelide quartâ, quintâ, ſextâ, ſeptimâ, octavâ, nonâ, quantum ſcrupulis 1, 2, 3, 4, 5, cæteriſque deinceps ad 60 uſque, debeatur. Similis omnium eſt ſyntaxis. Ipſos autem canones in libri calcem rejecimus, et poſt *Parallelorum canonica* ordinavimus. Uſus autem eſt perfacilis ex ipſâ διαθέσει.

PROPOSITIO III.

E loxodromiarum uſitatarum inclinatione et magnitudine, ex variatæ latitudinis quantitate, cruris μηκοδυναμικȣ longitudine in milliaribus, datâ unâ reliquas duas per canones πρoχείρȣς exhibere.

HÆC praxin et uſûs facilitatem ſpectant: primo enim libro iſta particulariter et fusè ſumus in minutiſſimis quibuſque particulis proſecuti. Nunc iſtos limites et angulos tantùm ſequimur, quos conſuetudo recepit; qui cum certo numero comprehendantur, totidem canones concenturiavimus, unde uno dato reliqua in conſpectu ſint. Hi ab expeditâ facilitate canones πρόχειροι nobis dicuntur, quia ſemper ante oculos et *in manibus* hìc verſari debent. Quamvis enim (ut ſæpiculè jam à nobis dictum eſt) loxodromiarum numerus ſit infinitus, et per ſingula ſcrupula ſcrupulorúmque partes multiplex ejus angulus eſſe poſſit; tamen, cum neque magneticæ acûs fallacia, neque ponti agitatio, præciſam angulorum in gradibus et minutis æſtimationem admittat: ideò uſui ſatìs opportunum, quantam quidem hæc res ἀκρίβειαν admittet, in praxi judicatur, ſi ſingulæ loxodromiæ intervallo 2 gr. $48\frac{3}{4}$ ſcr. inter ſe diſtent; ita enim totus quadrans in duas et triginta partes diſpeſcitur. Atque ita ſingulis ſuos proprióſque canones deſtinavimus, ſecundùm leges antecedente propoſitione expreſſas. Uſus itaque in promptu erit. Ut ſi quæratur angulo loxodromiæ ſeptimæ, intrà parallelos 50 ſcrupulis diſtantes, quantum itineris ſit confectum, quantúmque ſit crus mecodynamicum in milliaribus æſtimatum; inquirito itaque in canonibus iſtis ſub loxodromiâ ſeptimâ ſcrupulum quinquageſimum; ubi è regione in laterculo primo dabitur loxodromiæ quantitas quæſita milliarium 64. 0729, ſeu $64\frac{729}{10000}$; et crus mecodynamicum $62\frac{8501}{10000}$.

Si ſimùl uno nomine numerus differentiæ latitudinis in canonibus loxodromicis non detur, per partes erit inducendum; quæratur quantitas loxodromiæ et cruris mecodynamici inter parallelos 27 gr. 35 ſcr. disjunctos; inductio fiet per partes. Hoc modo.

		loxod.	crus mecodyn.
gr.	20	701. 6639	634. 2667
	7	245. 5824	222. 0038
ſcr.	35	20. 4652	18. 5003
		967. 7115	874. 8008

His

His in unam ſummam additis dantur milliaria loxodromica $967\frac{7}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{5}{10000}$, et mecodynamica $874\frac{8}{10}\frac{0}{100}\frac{0}{1000}\frac{9}{10000}$.

Et contiâ, datâ inclinatione loxodromiæ atque ejuſdem quantitate in milliaribus æſtimatâ, dabitur è prochîris his canonibus evariatio latitudinis, cum milliaribus mecodynamicis. Eſto navigatum angulo inclinationis loxodromiæ $5\frac{3}{4}$, et curſûs longitudo æſtimata ſit milliarium $697\frac{7}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{5}{10000}$, et quæratur parallelorum diſtanti a à principio, ad curſûs finem, ſeu latitudinis evariatio. Id ſubductionis contrariâ viâ abſolvetur per partes, quia totum ſimùl non datur. Hoc modo.

loxodrom.		
967. 7115		
701. 6639	20	grad.
266. 0476		
245. 5824	7	
20. 4652	35 ſcrup.	

Hinc cruris mecodynamici quantitas dabitur, ut ante. At ſi loxodromiæ quantitas non exactè inveniatur in ipſis ſcrupulis, opus erit parte proportionali, ut ſolet, ſi forte tanti erit, ut proximè vicinum ſcrupulum aſſumere nolis. Erit autem tanti in obliquioribus curſibus, ubi inter parallelos uno ſcrupulo diſjunctos loxodromiæ pars non contemnenda intercipitur; et ideò quoque cruris mecodynamici pars majuſcula: quod hinc ipſa longitudinis evariatæ æſtimatio à legitimâ diffidens exiſtat: maximè verò, ſi in parallelis arctioribus ea ſit æſtimanda. Illic enim unum aut alterum milliare non parùm longitudinem à legitimo ſitu abduceret. Sed hæc non ſunt nimìs ſcrupuloſè inquirenda, ubi opus non erit; aut contrà nimìs negligentèr habenda, quando alicujus erunt momenti. Ego unico exemplo præibo. Sub loxodromiâ $7\frac{1}{4}$ curſûs longitudo ſit milliarium $82\frac{8}{10}\frac{3}{100}\frac{7}{1000}\frac{5}{10000}$, hic è canonibus prochîris datur evariatio latitudinis o gr. 32 ſcr. hoc modo.

82. 8375	35 ſcr.
81. 6183	
1. 2192	

Et redundant milliaria $1\frac{2}{10}\frac{1}{100}\frac{9}{1000}\frac{2}{10000}$. Inde verò fit hæc proportio; 2.5505 dant 60 ſec. ergò 1. 2192 dabunt 29 ſec. Ego ad 100 ſcrupulorum reducere ſoleo, nempe ut 2.5505 ad 100; ita 1. 2192 ad 48. erit ergò vera latitudinis evariatio o gr. $35\frac{4}{10}\frac{8}{100}$ ſcr. Unde cruris mecodynamici quantitas dabitur.

81. 2253	35 ſcr.
1. 2183	$\frac{4}{10}\frac{8}{100}$
82. 4436	

Vides itaque, amplius $1\frac{1}{7}$ milliaris accedere cruri mecodynamico; quæ ut ſub ipſo æquinoctiali 5 ſcrupulis longitudinem evariant, ita ſub parallelo ſexageſimo faciunt ſcrupula penè 10. et ultrà parallelum ſexageſimum faciunt adhuc amplius. Hæc obitèr tantum monere viſum eſt. Tu, pro tui judicii æquitate, quanti ea res ſit, tanti quóque ſuo loco æſtimato, et cum modo.

NOTA.

Cruris mecodynamici uſus rarus, aut omninò nullus eſt in curſibus ſingularibus; ubi è ſingulis longitudinem debitam invenire cupias; ut in ipſo mari nautæ quotidiè aſſolent. Illìc enim ſegmentum cruris mecodynamici, niſi, manente eâdem cruris mecodynamici quantitate, latitudini differentiam aliam à datâ inducas, uni parallelorum congruum ſatìs eſt longitudini inveniendæ: aut cum è pluribus et diverſis curſibus longitudinem conflare voles, et quidem ſemèl ad extremum tantùm: illìc enim neceſſariò adhibebitur, quemadmodum ea generalitèr lib. 1, dicta nobis ſunt. Sed ante nautici diarii formula nobis erit explicanda, in quod curſuum æſtimata quantitas et inclinatio ab ipſis quotidiè, et quoties opus eſt, referri ſolet.

PROPOSITIO IV.

Ephemerin itinerariam nauticam ordinare.

DIARIA nautica à peritis et diligentibus navium magiſtris ſedulò et accuratè quotidiè conſcribuntur, et per ſuas ſelides ac laterculos diſpunguntur, ut inde curſûs confecti longitudinem, varietatem, inclinationem, obſervatam de cœlo latitudinem, ventorum flatus, impetum; aëris quoque temperiem; et, ſi quæ alia ſint, quæ accuratiùs notari expediat, ut conſpectum promontoriorum inſularúmve, curiosè exprimant; ídque iſto ferè modo, quem hic verbi gratiâ ex parte expreſſum vides; ut ſingulis ſelidibus ſuus ſit titulus in fronte, laterculi diebus menſium anni cujuſque, quo hæc itinera ab ipſis ſunt confecta, reſpondeant. Ita enim ſemper itineris confecti ſpatia, ſi forsàn uſpiàm titubatum ſit, relegere, et in tabulis ſuis hydrographicis diſpungere ac emendare, ipſis perfacilè licet.

TABELLA

TABELLA DIARIA,

SIVE

EPHEMERIS NAUTICA.

	Dies	Velificationis curfus.	conf. mil.	altitudo poli obfervata.
Julii	16	O. Z. O.	18	
	17	O.	4	
		Z. O. t. O.	13	
	18	O. Z. O.	14	
		O. Z. O.	3	
		W. Z. W.	11	
		W. t. Z.	1½	
	19	Z. O. t. Z.	2½	
		Z. O. t. Z.	5	
	20	Z. Z. O.	14	
		Z. Z. O.	2	48, 38
		Z. W.	7½	
	21	Z. O. t. O.	4	
	22	O. Z. O.	24	
	23	Z. O.	29	
		Z. O. t. Z.	31	
	24	Z.	5	42, 54
		Z.	24	
	25	Z. t. W.	5	
	26	Z.	24	
		Z. Z. W. ¼ Z.	12½	
	27	N. O. t. O.	5	
	28	O. N. O. ¼N.	16	
	29	O. t. N. ¼ N.	16	39, 16
		O. ¼ Z.	6½	
		O. t. Z.	5	
	30	O.	8½	39, 24
Augnft.	1	O.	23½	
	2	O.	38	39, 13
		O. t. Z.	17	
	3	O.	14	38, 58
	4	O.	5	38, 50

Quartâ Augufti appulimus ad infulam *Fajael*, unam earum, quas Flandricas vocant.

TABELLA DIARIA, SIVE EPHEMERIS NAUTICA.

		Curfûs plaga.	milli aria.	latitudo obfervata.
Auguft.	23	O. N. O. $\frac{1}{4}$O.	4$\frac{1}{2}$	
	24	O. N. O. $\frac{1}{2}$O.	16	
		Z. O.	1$\frac{1}{2}$	
		Z. O. $\frac{1}{2}$Z.	2	
	25	N. O. $\frac{1}{2}$N.	4	
	26	N. N. O. $\frac{1}{2}$O.	16	
	27	N. O. t. N.	16	
	28	N. N. O.	14	
	29	N. N. O.	17	
	30	N. t. O.	9$\frac{1}{2}$	
		N. N. W.	1	
	31	O. Z. O.	9	
		Z. O. t. O.	4$\frac{1}{2}$	
Sept.	1	Z.	7	42, 52
	2	O. t. Z.	5	
	3	O. t. Z.	18	
	4	O. t. Z.	31	
	5	O. t. Z.	37	
		O. t. N.	22	
	6	N. O. $\frac{1}{2}$N.	9	
	7	N. N. O. $\frac{1}{4}$O.	26	42, 42

Hoc curfu denique octavâ Septembris appulimus ad promontorium Hifpaniæ vulgò dictum *Caput finis Terræ*, quâ longiffimè in occidentem procurrit in orâ feptentrionali; Ptolomæo Nerium promontorium.

Nos tres duntaxàt felidas exhibemus: qui volent, plures adjiciant, quemadmodum initio monuimus; has enim tanquàm maximè neceffarias, et quæ omninò negligi non debent, ὡς ἐν τύπῳ tantùm propofuimus. Nam in maritimis itineribus illis longioribus, quibus Indiam utramque adeunt, etiàm fuam felidem acûs magneticæ χαλυβόκλισι dari, quam maximè expediet. Eâ enim res in medio mari errantibus naucleris, tanquam fignum et fcopulus proponitur, ex quo de curfûs fui rationibus æftimationem faciliùs capere poffint. Cum enim fub eodem parallelo eandem chalyboclifin deprehenderint, etiàm de longitudinis et meridiani fitu eodem certiores fiunt. Verùm hæc materia ab aliis occupata eft; et Stevino noftro occafionem fcribendæ fuæ Limeneuretices fuppeditavit: quem

quem vide in opere Hypomnematum Mathematicorum ILLUSTRISSIMI Principis MAURITII, quod olim à nobis latinè redditum et publicatum eſt.

PROPOSITIO V.

Curſus maritimus eſt ſimplex, aut compoſitus.

ID de nauticis ad magneticam acum examinatis omnibus curſibus intelligatur: aut enim eodem tramite à principio ad finem decurritur; aut pluribus et diverſis inter ſe permixtis. Ita enim diſpunximus, ut emendationi nauticæ, ad quam contendimus, tractandæ ſuus ordo conſtet.

PROPOSITIO VI.

Simplex eſt, qui unicum et eundem ſui ductûs curſum ſequitur.

UT ſi rectâ eatur à ſeptentrione in meridiem; aut per eundem parallelum decurratur; aut denique ſecundùm unam aliquam et eandem loxodromiam curſum dirigas.

NOTA.

Quemadmodum è ſingulorum curſuum datâ quantitate, latitudinis aut longitudinis evariatio inveniatur, libro primo accuratè fuit à nobis expoſitum. Et primò quidem:

1. Quomodo datâ curſûs quantitate à ſeptentrione in auſtrum, latitudinis evariatio detur, (nam hic longitudinis evariatio nulla eſt) propoſitione 6. *Nempe 1 milliare facere ſcrupula 4, et 15 milliaria gradum unum.*

2. Quomodo datâ curſûs quantitate ſub eodem parallelo longitudinis evariatio detur, (nam hic latitudinis evariatio nulla eſt) propoſitione 11. Nempe, *ut radius ad quadruplum ſecantis dati paralleli, ita milliaria quotcunque data ad numerum minutorum evariatæ longitudinis.*

3. Quomodo datâ inclinatione et curſûs loxodromici quantitate, latitudinis et longitudinis evariatio inveniatur; propoſitione 19 libri primi de latitudinis evariatione, et propoſitione 30, de evariatione longitudinis. Nempe, *ut radius ad quadrantem tangentis loxodromiæ, ita numerus canonicus intervallo evariatæ latitudinis debitus ad ſcrupula evariatæ longitudinis.*

Hæc prima in loxodromicis factio eſt; altera quoque per canones προχείρους explicatu eſt perfacilis. Atque hæc quidem ex obſervatione inclinationis acûs magneticæ, et itineris confecti æſtimatione; ſequitur utriuſque cum obſervatione cœleſti comparatio.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Et cursus, et plagæ atque inclinationis ejusdem æstimata quantitas, ex loci latitudine de cælo observatâ comprobatur, aut secundùm eandem emendatur.

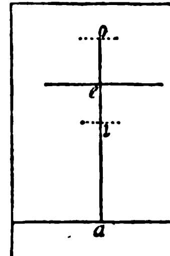
CUM navium magistri in fluctuante salo diligentissimè cursûs velocitatem, et ejusdem plagæ situm observaverunt, qui aliquando in ipso meridiano instituitur, aut, ut frequentissimè, aliquem angulum cum meridiano comprehendit: tamen eos persæpe in hâc conjecturâ falli experientia comprobavit. Hujus autem hallucinationis examen est paralleli è cursu et loxodromiâ æstimati consensus, aut discrepantia ab latitudine loci de cœlo observatâ. Cum enim observatio, quam è sole aut sideribus derivant, alium ostendet parallelum, quam ipsi ex æstimato itineris cursu, vel circulari, vel loxodromico deducunt; necesse est, alicubi errorem hærere, nempe vel in itineris æstimati longitudine, vel in cursûs situ et angulo loxodromico, vel denique in observatione cœlesti. Sed cum istæ quotidiè possint iterari, et dies diem docere; illa autem non possint relegi; hanc tanquam normam, ad quam illæ componi debeant, et ducem minùs fallacem, meritò sibi delegerunt. Certè adeò arctus omnium consensus esse debuit, ut positis duobus, tertium constantèr addiceretur: ut, nempe, cursûs plagâ à dato principio, et ejusdem quantitate datâ, loci latitudo inde concludatur: aut ex inclinatione et latitudinis evariatione, ipsius cursûs quantitas: vel è latitudinis evariatione et cursûs quantitate, ejusdem inclinatio. Verùm ut ista ad amussim consentiant, vix est ut in tantâ lubricitate sperari possit. Itaque remedium huic errori quæsitum, quod minimum à vero abludat. Nam vel ex variato non-nihil angulo; vel cursûs quantitate evariatâ; vel ex utroque id erat constituendum. Sed anguli evariatio, manente cursûs observati quantitate et latitudine inventâ ex observatione, in rectioribus loxodromiis nimiùm est periculosa; et in reliquis quoque; si observatio à conjecturâ plusculum abludat, uti in scholis docebitur: quantitatis autem cursûs loxodromici variatio, manente tamen angulo in loxodromiis magìs obliquis, maximè lubrica est, quemadmodum ibidem ostendemus. Superest itaque unica hæc factio, quæ viam inter utramque mediam insistat, et utrobivis æquè sit tuta. Ea autem gemina esse potest: ut et angulo inclinationis, et cursûs æstimatæ longitudini hic error paritèr imputetur. Receptum autem naucleris et usitatum est, ut retentâ longitudinis evariatione; latitudinis evariatio tantummodò mutetur. Nos autem factionem paulo ab hâc ratione diversam sequemur, quæ minimè intuta aut periculo obnoxia videatur: reliqua in scholis examinaturi, et, quod illi mechanicè ac nimiùm lubricè conantur, per tabulas nostras quàm accuratissimè explicaturi.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

Si rectà in septentrionem aut meridiem contendenti cursûs quantitas æstimata ab observatæ latitudinis evariatione discrepet, cursûs limes in observato parallelo erit constituendus.

NAVIS ex *a* sub parallelo 50, digressa, acu monstrante visa sit tenere cursum sub eodem meridiano, quem cursum navis magister milliaribus quidem 27, taxet. Ut tamen suæ æstimationis veritatem exploret, constituit cœlestes observationes adhibere in consilium; è quibus deprehenderit se isto momento versari sub parallelo 52. Cum igitùr milliaria 27 maritima æqualia sunt 1 gr. 48 scr. efficitur ex hac cursûs æstimatâ quantitate, ipsum versari sub latitudine 51. gr. 48. ut, putà, in *i*; ex observatis autem in puncto *e* sub parallelo 52. octo scrupula ultrà. Contrà, si æstimata latitudo major sit observatâ, conjecturæ erit derogandum, et locus sub observato parallelo collocandus. Sit enim cursus æstimatus *a o* milliarium 51 seu 3 gr. 24 scr. et *o* punctum igitùr sub latitudine 53 gr. 24 scr. at observatio tantùm addicat 53 gr. 12 scr. Jam tanto minorem assumam latitudinem, et navem statuam in puncto *e*. Atque ita de cœlo conjecturam emendabis. Neque ideò tamen hæc cursûs confecti divinatio frustrà, aut incassùm instituta videri debet, quamvis hic cursûs mensura, cum rectà in septentrionem aut meridiem contendas, ex ipso cœlo inveniri possit; quia ex hâc comparatione paulatìm quantum conjecturis reliquis, et æstimato itineri sit tribuendum ex usu cognosco. Quìn adeò, si aliquot diebus et noctibus nulla serenitas affulgeat, neque de cœlo observandi potestas detur; huc utique tanquam ad sacram anchoram erit confugiendum: ne imprudens te tuáque eas perditum, cum eo casu nullum certius argumentum uspiam suppetat. Cæterùm cum hæc discrepantia vel à cursûs inopinatâ intensione aut remissione, vel ab occultâ maris agitatione et motu obrepserit, id quidem ut ignores, cælestium tamen observationi subscribes, et tuis conjecturis fidem derogabis. Certè quidem, cum cursûs æstimatio observatâ latitudinis evariatione major erit, ídque aliquot continuis diebus eveniat; evidens est, errorem hunc in conjecturâ et æstimatione tuâ hærere; et à maris impetu cursûs velo citati remoram factam. At verò cum minor erit æstimata cursûs quantitas, quàm evariatæ latitudinis observatio addicat, hic cursus non semper in eodem meridiano ad illum parallelum revocandus tibi erit.



Quamobrem CAUTIO est. Si id sæpiùs, et quasi continuis observationibus contingat, ut æstimati cursûs quantitas continentèr minor deprehendatur observatâ latitudinis evariatione: id enim indubitatum erit indicium, te maris motu transversìm abreptum; quamvis acus magnetica sub uno eodémque meridiano cursum institutum arguat. Atque eo casu prudentèr et circumspectè ex quantitate cursûs ad observatum parallelum, loxodromiam pro meridiano assumes, et angulum lóxodromicum quoque talem, quemadmodum id quantitas cursuum

æstimatorum

æſtimatorum poſtulabit. Neque tamèn hâc adhibitâ emendatione ſatìs conſtat, utrum occulto illo maris motu in ortum an in occaſum, hoc eſt, dextrorsùm an ſiniſtrorsùm loxodromia tua inclinet: donec aliquo inſularum aut terrarum occurſu, aut ex obſervationibus navarchorum qui id pelagus ſæpiùs frequentaverunt, didiceris in quam partem aquarum cumuli ferantur: id enim ferè in illis locis certis temporum intervallis perpetuum eſt et ſolemne. Talis utique maris impetus naves à ſeptentrionali Americæ littore versùs Angliam furtìm abripit, qui in ſinu Africano infrà Guineam verſùs ortum omnia agit et rapit; atque ita aliis in locis etiàm alitèr. Hujus exemplum tale eſto. Ab inſulâ *Bellâ*, vulgò ita dictâ, ſub parallelo 52 in littore Americano, navigatum ſit rectà in meridiem, ut videbatur, ídque iter nauticâ æſtimatione taxetur milliaribus 50, quæ faciunt evariationem latitudinis 3 gr. 20 ſcr. Unde datur loci latitudo 48 grad. 40 ſcr. De cœlo autem obſervata poli altitudo ſit 49 gr. 50 ſcr. Cum hic adeò enormem diſcrepantiam inter æſtimatam et obſervatam latitudinem deprehendam, non continuò ad obſervatum parallelum tranſibo; ſed iterùm æſtimatam latitudinem cum denuò obſervatâ poſtero die contendam. Hic ſi rursùm conjectura mea abludat ab obſervatione, et latitudinis æſtimatæ differentia iterùm major ſit obſervatâ: Id mihi ſatìs erit indicii maris latente impetu navem in latus furtìm abreptam, neque ſub uno eodémque meridiano curſum hunc continuatum: ſed loxodromico aliquo iter confectum. Atque ideò ex datâ latitudinis ſecundùm obſervationem differentiâ, et itineris æſtimatâ quantitate angulum inclinationis inveſtigabo per propoſitionem 21^{mam} libri primi; *ut enim curſûs æſtimati milliaria, ad quadrantem ſcrupulorum evariatæ latitudinis, ita eſt radius ad ſinum complementi anguli inclinationis.* Milliaria curſûs hìc dantur 50, ſcrupula evariatæ latitudinis 130. Unde proportio, ut 50 ad $\frac{130}{4}$, ita 100.0000 ad ſinum 65.0003, nempe 40 gr. 33 ſcr. cujus complementum 49 gr. 27 ſcr. datur pro angulo inclinationis quæſito. Atque hinc jam, per propoſitionem 30 lib. primi, dabitur evariatio longitudinis quæſitæ. Nempe, ut 10,000 ad quadruplum numeri canonici, qui huic parallelorum intervallo competit à 49 gr. 50 ſcr. ad 52 gr. ſcilicet, 824. 8580, ita quadrans tangentis anguli inclinationis $\frac{21390}{10000}$ ad ſcrupula longitudinis evariatæ 176$\frac{4}{100}$, qui ſunt gradus 3, ſcr. 16$\frac{1}{2}$. Tanto itaque intervallo à tuo meridiano abiviſti diverſus. Neque tamen ullo indicio adhuc conſtat, in ortúmne an verò versùs occaſum latens et inobſervabilis maris vis navem ſubduxerit à tuo meridiano, unde primùm diſceſſeras. Ut ſi ſcopuli aut ſaxa latentia et vada in propinquo ſint, aut inſula aliqua vel denique terra continens, in cujus viciniam noctu aut admodùm nebuloſo aëre delatus ſis, hic verè, quod aiunt, intra ſacrum et ſaxa conſtitutus, ſummo in diſcrimine verſeris. Cui enim in mentem veniat tantillo intervallo tantum periculi ita latentèr objectum, quod nullâ ratione vel à peritiſſimo nauclero vitari aut declinari poſſit. Hinc adeò palàm fit, quanti etiàm illud ſit in diariis nauticis id quoque accuratè annotari, qui venti anniverſariâ periodo in his aut illis oris recurrant, qualis maris et undarum ſit agitatio, et quanto tempore ea illìc duret; ut ex anni tempeſtate et ab experientiâ edocti, cognoſcant in quam plagam maris unda abripiatur, in ortúmne, an verò in occaſum. Sæpe enim mare ipſum per dilucida intervalla ſuam etiàm habet quietem nonnullis in locis. Exemplo unico rem explicabo.

Marinæ

Marinæ agitationis et motûs ratio inter Brasiliam et Angolam in Africano opposito littore sitam sub parallelo octavo ita obtinet.

A vicesimâ die Aprilis ad vicesimam Julii mensis, maris fluctus feruntur in Zephyroboream, nobis Noort-West.

A 20 Julii ad 20 Octobris haùd admodùm in ullam plagam moventur.

A 20 Octobris ad 20 Januarii maris fluctus feruntur versùs Austrozephyrum, nobis Zuyt-West.

A 20 Januarii ad 20 Aprilis iterùm nullo motu cientur.

Atque hæc momenta à navium magistris sedulò et diligentèr sunt observanda, cum itineri compendium quærunt: Horum ignorantia aut negligentia partìm morbis, partìm inediâ, plurimos letho dedit, deficiente commeatu, aut morbis ê diuturnâ morâ eorum membra depascentibus; nam et venti ferè hos motus in eandem plagam aut antecedunt aut comitantur; ut frustrà huic monstro obnitaris. Hujusmodi maris agitationes et motus in variis locis admodùm sunt varii et inter se dissidentes. Sed ut ad institutum redeam, motus maris ab insulâ *Bellâ*, et suprà à freto *Davis*, in orientem et meridiem ferè fertur. Itaque in nostro exemplo statuam meridianum ad quem pervenerim orientaliorem. Atque hæc causa est, cur, qui istinc Britanniam aut Galliam petunt, mirentur has terras tanto ante se aperire, quàm ipsi, suis vulgò usitatis conjecturis ducti, existimârint.

PROPOSITIO IX.

Si acus magnetica cursûs plagam in ortum, vel in occasum, dirigi ostendat, et observatio eandem addicat, nullus correctioni erit locus.

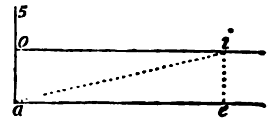
NAM hic observatio æstimationi et conjecturæ consentiet: atque ita emendandi argumentum, (quod è solâ istarum discrepantiâ derivatur,) nullum hic nobis suppetet. Quìn adeò hujus cursûs ratio est lubrica ut, cum rectà in orientem aut occidentem proram diriges, et observatio eundem parallelum addicat, tamen occultâ maris agitatione contrarium evenire naucleri Indiam orientalem frequentantes constantèr nuntient. Ventorum enim ea istìc est ratio, ut tanquam etesiæ (ipsi *massonas* indigitant) certâ anni tempestate continuos aliquot menses ultrò citróque flent: maris verò agitatio suis motibus est obnoxia; quemadmodum antecedente propositione à nobis dictum est: atque ita fit, ut, cum distentis velis in ortum videaris contendisse; contrà tamen retrò in occasum sis abreptus. Ita olim quidam S. Helenæ insulam in medio mari aditurus, postquam ad ejus parallelum, graduum nempe 16 austrinæ latitudinis, devenisset, et inde rectà ipsam insulam sub isto parallelo peteret, cum secundo vento hanc propediêm aditurus videretur: tandem ultrà ducentesimum milliare occidentem versùs distare, et in viciniâ Americæ et Brasiliæ versari est deprèhensus; maris latente motu tanto intervallo retrorsùm abreptus, ventis

frustrà obluctantibus. Quamobrem hoc casu periculosa persæpe est hujusmodi navigatio, ubi nullum tui erroris argumentum appareat, aut quemadmodum te hinc expedias liquebit. Atque adeò non utile tantùm, sed etiàm necessarium videtur, cursum ultrò citróque obliquare, ut correctioni sit locus: cum autem te non eundem parallelum tenuisse, quem existimabas, observatio arguet; cursus æstimatus secundùm observata, ita ut deinceps dicetur, erit tibi corrigendus.

PROPOSITIO X.

Si acûs magneticæ ductum secutus æstimatione tuâ sub eodem parallelo decurrisse, ex observatis autem te eum non tenuisse, deprehendas; manente cursûs æstimatâ quantitate tanquam crure mecodynamico, latitudinem secundùm observata mutabis, et inde longitudinis evariationem definies.

ID enim solum maximè consentaneum suprà dictis propositione sextâ. Cum enim in cursûs plagâ necessariò hic sit erratum, pro parallelo æstimato, loxodromia erit substituenda, quod ipsum evariata latitudo coarguit: sed istum errorem soli plagæ imputare et latitudinem duntaxàt mutare iniquum sit, cum itineris æstimati quantitas perinde sit lubrica: quamobrem utrique errori compensando aliquid dandum videtur, ut æstimatâ itineris longitudine retentâ pro crure mecodynamico navis locus referatur ad observatum parallelum, et milliaria cruris mecodynamici ad longitudinem ipsi inter istos parallelos debitam, per 12 propositionem libri primi, revocentur; atque hoc pacto et plaga et itineris quantitas simul variabitur. Ut, si navis magister ab *a* ad *e* sub eodem parallelo cursum peractum existimet, eúmque 60 milliaribus taxet sub parallêlo 52; inde observatione institutâ, cum anteà in *e* navis locum constituerit, postmodùm 25 scr. borealiorem deprehendat. Tum 60 milliaribus uteris tanquam totius cursûs crure mecodynamico, et, per propositionem 12 libri primi, erit, ut 10,000 ad quadruplum canonici parallelorum differentiæ latitudinis 1,631,584, ita $\frac{60}{25}$ milliarium pars quota ad $391\frac{1}{2}$ scrupula, qui sunt gradus 6. scr. $31\frac{1}{2}$ evariatæ longitudinis. Cum igitùr navis mihi, propter observationis à conjecturâ discrepantiam, sit constituenda in parallelo *oi*; longitudinem quoque inventam mutabo, quæ mihi alia fuisset si sub eodem parallelo esset decursum, nempe 6 gr. 30 scr. et pro parallelo *ae* statuam me decurrisse loxodromiam *ai*. Ita enim manifestum est, me non tantùm cursûs quantitatem variare, (cum pro crure anguli recti *ae*, assumam basin *ai*;) sed insupèr ab angulo plagæ me quoque discessionem facere; cum pro recto *oae* assumam angulum inclinationis *oai* recto minorem. Ista enim hujus emendationis principia tanquam minùs lubrica suprà nobis erant proposita.



Atqui Cautio est, si, cum sub eodem parallelo decurres, sæpiùs et quasi continuis observationibus deprehendas, te in eandem plagam (utpote vel in meridiem,

meridiem, vel in septentrionem,) à parallelo quem decurrere institueras abduci, modò itineris confecti æstimatio cum curâ sit facta; tum quidem secundùm observationes de cœlo factas latitudinem censeri, itineris verò confecti milliaria pro loxodromiæ quantitate assumi, et inde longitudinis evariationem investigari debere. Ut si in eodem diagrammate acûs magneticæ situs arguat me ab *i* in *o* rectà ab occasu in ortum cursum meum direxisse, ab insulâ Bellâ sub parallelo 52 gr. et cursûs æstimati spatium sit milliarium sexaginta; observatio autem de cœlo facta arguat me versari sub parallelo 51 gra. 35 scr. idque continuò deprehendam me ab æstimato parallelo in meridiem declinare, id satìs indicii erit motu maris latente navem à recto cursu in latus abduci. Itaque hic 60 milliaria itineris erunt pro longitudine loxodromiæ; atque hinc et è datâ latitudinis evariatione 29 scr. dabitur angulus inclinationis 84 gr. $1\frac{1}{3}$ scr. per propositionem 21 libri primi, et inde per propositionem . . . crus mecodynamicum . . . et longitudinis evariatio $385\frac{1}{2}$ scr. qui sunt 6 gr. $25\frac{1}{2}$ scr. Ego parcè sumpsi, cum hallucinatio quæ à maris motu in latitudinem existit, illìc tanta sit, ut post peracta 24, 25, aut 30 milliaria facilè integro gradu latitudinem evariaveris; in 60 autem milliaribus ampliùs gradibus duobus. Si ita sumamus post 60 milliaria confecta 1 gradu et 30 scrupulis in latitudine præter opinionem esse variatum, fiet angulus inclinationis 67 gr. 59 scr. et longitudinis evariatio 5 gradus et 55 scrupuli; cum sub eodem parallelo 52 gr. ea itineris longitudo æstimata det longitudinis evariationem 35 scr. majorem. Tanti interest has medicas manus suo loco et ordine isti negotio adhiberi. Tu ad horum normam reliqua facilè comparabis.

Atque hactenùs de cursuum emendatione, qui in circulo aliquo, monstrante acu magneticâ, instituti videbantur: superest ut ad loxodromiarum æstimatos cursus, et eorum cum observatâ latitudine comparationem, deinceps transeamus.

PROPOSITIO XI.

Si loxodromiam aliquam et ejus quantitatem, æstimationem tuam secutus, ad inveniendam Latitudinis evariationem adhibueris, et ejusdem evariationem exinde derivatam ab observatâ diversam deprehendas, crure mecodynamico secundùm æstimatum cursum retento, latitudinem in observatum parallelum transferes, et hinc longitudinis differentiam investigabis.

NORMA cursûs quantitatem augendi minuendìve est latitudo de cœlo observata: hæc enim (ut dictum est,) observationibus sequentibus emendari, aut confirmari et refelli potest; reliqua autem nec iterari, neque relegi possunt. In quibus quidem universis si peccatum non sit, omnium arctissimum consensum esse oportet: sin verò aliqua inter ista differentia existat; unica datur latitudo, quæ nobis ad emendationem reliquorum facem alluceat. Ut si ab *a* cursum loxodromiæ quintæ iniverim, quemadmodum acûs magneticæ situs observatus dictare mihi visus est, æstimata autem itineris longitudo sit milliarium 77, à parallelo 50 versùs boream, observata latitudo 52 gr. 20 scru. unde nobis è canone προχείρῳ datur evariatio latitudinis 2 gr. 40 scr. et crus mecodyn-

 amicum

amicum $59\frac{8642}{10000}$ milliarium. Hoc igitur crure mecodynamico tanquam accurato et benè justo seorsìm reservato, latitudinis evariationem secundùm observata mutabo; atque ita mecum statuere habeo necesse; ut assumam latitudinis eam evariationem quam observatio addicit, quæ est in exposito casu tantùm 2 gr. 20 scr. ut æstimata latitudo major sit quàm observata scr. 20. Secundùm hanc ex suprà invento crure mecodynamico longitudinis evariationem concludam per propositionem 12 lib. 1. hoc modo. Ut 10,000 ad quadruplum numeri parallelorum canonici, qui ad differentiam latitudinum 50 gr. et 52 gr. 20 scr. nempe, datæ et observatæ, pertinet, scilicet 893. 1516; ita cruris mecodynamici pars quota interjectis parallelis cognominis $\frac{598642}{1000000}$ ad scrupula evariatæ longitudinis $381\frac{1}{10}$, qui sunt 6 gradus et 21 scrupula: et, cum secundùm anguli loxodromici et æstimati itineris quantitatem me in puncto *e* versari existimem, navem tamen in puncto *i* collocabo, et pro loxodromiâ *ae*, substituam loxodromiam *ai*: atque ita et angulo loxodromico, et itineris conjectaneo intervallo aliquid vitii obrepsisse paritèr statuam, neque uni tantùm soli hunc errorem imputabo.

N O T A.

Hanc factionem summa illa ἀκρίβεια secundùm leges dictatas postularet: Attamen in singulis cursibus et totius partibus, vulgò usitatam rationem, (quia expeditior, neque ab hâc ipsâ diligentissimâ æstimatione ullâ differentiâ abeat diversa, quæ quidem digna sit majore περιεργείας) in praxi quoque sequemur. Et, ut tanto evidentiùs hoc ipsum liqueat, utramque hìc inter se contendemus. Sit enim idem exemplum quod prius, et detur à parallelo 52 quintæ loxodromiæ quantitas 77 milliarium; inde per canones προχείρους evariatio latitudinis conjectaneæ jam data est 2 gr. 40. et crus mecodynamicum $59\frac{8642}{10000}$ milliarium. Ut secundùm hanc æstimatam, non autem veram, latitudinis differentiam, longitudinis evariationem invenias, duas ostendimus vias; quarum prior utitur cruris mecodynamici parte quotâ è latitudinis evariatione, per propositionem 12mam libri primi. Latitudinis differentia hìc est 2 gr. 40 scr. Erit itaque ut 10,000 ad quadruplum numeri parallelorum canonici inter 50 gra. et 52 gra. 40 scr. interjecti, nempe 1024. 5416, ita cruris mecodynamici $59\frac{8642}{10000}$ pars quota interjectis parallelis (qui hic sunt 2 gr. 40 scr. hoc est, scrupula 160) cognominis, utpote $\frac{598642}{1000000}$, ad scrupula evariatæ longitudinis hujus loxodromiæ quantitati debita $383\frac{1}{3}$, qui sunt 6 gr. $23\frac{1}{3}$ scr. Tanto igitùr hic plus sit justo, cum anteà invenerimus ex iisdem datis et latitudinis differentiâ observatâ 2 gr. 20 scr. tantùm 6 gr. $21\frac{9}{10}$ scr. Differentia, quæ inter utrumque calculum intercedit, est duntaxàt scrup. $1\frac{42}{100}$, et quidem in cursu 77 milliarium sub loxomiâ quintâ, ubi observata latitudo ab æstimatâ distabat gradûs triente: quæ differentia, in tantâ fluctuum agitatione et inconstantiâ, nobis tanti esse non debet; et quidem eo magìs, quod in singulis cursibus æstimandis hanc jam naucleri sequi habent necesse, ut securi sint suarum rationum, quemadmodum in singulis cursibus, quamdiù de cœlo nondum sit observatum, longitudinis locus sit consignandus.

Atque id quidem tanto magis retineri expedit quod ista via vulgò usitata solâ multiplicatione absolvatur. Nam crus mecodynamicum singulis parallelis debitum est primus cruris mecodynamici numerus uni scrupulo appositus per radium 10,000 divisus; quemadmodum constat per propositionem 28 libri primi. Itaque ut hoc ipsum faciliùs absolvam.

Fiat, quemadmodum 10,000 ad 10,245,416, nempe quadruplum numeri parallelorum canonici; ita in hac quintâ loxodromiâ (nam ea datur) primus numerus mecodynamicus per radium divisus $\frac{3741}{10000}$ ad scrupula evariatæ longitudinis 6 gr. $23\frac{1}{3}$ scr. ut priùs. Hoc est, ut quadratum radii 100,000,000 ad 10,245,416, ita crus mecodynamicum unius paralleli in datæ loxodromiæ inclinatione 3741, ad quæsitam longitudinis evariationem. Hanc igitur cervam pro istâ Iphigeniâ, ut tragœdici solent, hoc loco subponemus: non tantùm quia hâc faciliùs litatur; verùm etiàm quòd inter se haùd admodùm diffideant; ut illam quidem cum ratione constitutam, hanc verò ob facilitatem et affinitatem ei substitutam, concedamus. Quamobrem ista hactenùs de simplicium loxodromiarum emendatione dicta sufficiant. Sequitur emendatio loxodromiarum compositarum: quæ in latitudinis evariatione, et cruris mecodynamici quantitate, in singulis quidem Loxodromiis singularum Loxodromiarum seorsìm leges sequitur; at junctìm suis quibusdam præceptis regitur, in quibus ne peccetur, cautio est.

PROPOSITIO XII.

Cursus compositus est, quando priusquam emendationi secundùm observata sit locus, plures continuantur.

FIT non rarò, quìn adeò ferè semper, ut cursus ab observatione altitudinis antecedente usque ad proximè sequentem, non sit ejusdem generis; sed ex variis cursuum plagis illud itineris intervallum componatur: ut modò in meridiem vergat; inde vicissìm in septentrionem, secundùm aliam atque aliam loxodromiam, sit obliquandus, vel sub aliquo parallelo dirigendus. Instituti enim itineris cursus, ob terrarum in maria excurrentium margines, sæpe articulatìm delumbatur, et per diversas plagas inflectitur, frangitúrque. Ut si hinc ex Hollandiâ sub parallelo quinquagesimo secundo Gades atque in extremam Hispaniam navigare instituas: primùm quidem in occidentem loxodromiâ quasi quintâ à meridie erit tibi contendendum, usque ad summum et extremum Galliæ promontorium Gobæum à Ptolomæo dictam, cui insula prætenditur nostris nautis *Eysant* dicta, sub parallelo $48\frac{1}{2}$, qui tamen cursus intereà aliquoties deartuandus est. Hinc jam propiùs ad meridiem inflectendum, usque dum perventum sit è regione *Cabo Sant Vincent*, quod Ptolomæo est Promontorium sacrum, sub parallelo $37\frac{1}{3}$. Hinc denique cursus in ortum loxodromiâ quasi septimâ erit inflectendus, ut Gades sub parallelo $36\frac{1}{6}$ propè Herculis fretum (per quod mare mediterraneum se in Oceanum effundit) adeas; et id quidem si ventus optatus euntes prosequatur. Quìn adeò in medio mari, ubi jam altum tenuêre rates, neque ullæ apparent aut metuuntur terræ, vel scopuli, vel vada, aut saxa latentia,

latentia, haud raro tunc quoque evenit, ut majore tempestate ingruente μὴ δυνάμενοι ἀντοφθαλμεῖν τῷ ἀνέμῳ, cum non possint contrà tendere, ita poscentibus ventis, viam velis flectant, tanquam ageretur illud Poëtæ

Nec nos obniti contrà neque tendere tantùm
Sufficimus: superat quoniam fortuna, sequamur;
Quóque vocat, vertamus iter.——

Hic enim vehementioribus procellis ingruentibus ἐπιδόντες φέρονται, venti arbitrio se permittunt: alioquìn etiàm adversissimis ventorum flatibus non concessuri, ut retrorsùm agantur; sed cursûs obliquatione modò hâc, modo illac, proram obvertentes, aliquâ ex parte institutum iter promoturi. Atque hinc breves illæ inflexiones 2, 3, 4, 5, plurium aut pauciorum milliarium, quibus primarii cursûs directio deartuatur et infringitur. Hic igitur cursus è variorum generum miscellâ, utpote duorum triûmve, aut etiàm plurium, conflatus, à nobis nunc compositus dicitur.

PROPOSITIO XIII.

Si in cursu composito continentèr omnes à communi parallelo in septentrionem vel meridiem vergant, latitudinis evariationem augebunt; si qui ex iis in contrarium reflectantur, ii pro ratâ parte eam imminuent.

CUM omnis cursus, excepto octavo, qui sub eodem parallelo manet, latitudinis et parallelorum evariationem inducat; sive ea à meridie in septentrionem porrecta augeatur, seu contrà à septentrione in meridiem minuatur, et hoc quidem in singulis sigillatìm. In conjunctis autem et compositis cursibus res se paulo secùs habet. Illìc enim latitudinis evariatio eadem esse, vel etiàm augeri, nonnunquam et minui etiàm potest. Ut si à parallelo 52 quocunque cursu perventum sit ad 50, atque inde cursum rectà in ortum vel occasum flectas; jam cum in eodem parallelo continuò decurratur, latitudinis evariatio hinc nulla inducetur major; at si porrò inde ultrà in meridiem inflectas ut pervenias ad 48 parallelum, jam tanto erit auctior latitudinis evariatio: nam principium et hic finis distant 4 gradibus. At si à parallelo 50 flexisses in septentrionem donec perventum esset ad parallelum 50 graduum et 45 scrupulorum, hìc evariatio latitudinis fuisset tantùm imminuenda. Exemplum tale esto; à Mosæ fluminis ostio, sub parallelo 51 navigatum sit ad promontorium Angliæ.

De Singels vento Zuyt-West ten Westen	milliaribus	33
A Singels ad Bevesier West-Zuyt-West	milliaribus	6
*A Bevesier ad Lezert * West ten Zuyden*	milliaribus	$54\frac{1}{2}$
A Lezert ad Caput Finisterre Zuyd-Zuyd-West	milliaribus	$113\frac{1}{4}$

Primus cursus est loxodromia 5 à meridie versùs occasum, ut infrà patet ex typo ventorum; et hìc designatur cursu *ae*.

* Anglicè, *The Lizard point.*

Secundus

Secundus cursus est loxodromia 6 à meridie versùs occasum; et hìc designatur cursu *ei*.

Tertius est loxodromia 7 à meridie versùs occasum, et hìc exprimitur cursu *oe*.

Quartus est loxodromia 2 à meridie versùs occasum, et hìc exprimitur cursu *ou*.

Vides itaque omnes loxodromias, à parallelo sub quo inceperant, versùs meridiem inclinare, et ideò à parallelo 52 unde initium ductum est, longiùs discedere, latitudinem imminuendo; latitudinis autem evariatio singulis debita invenietur, per propositionem . . . libri primi, aut per canones προχείρους in singulis ista:

numerus loxod.	cursûs nomina.	milliaria.	evar. lat. gra.	scr.
5	Z. W. t. Z.	33	1.	$13\frac{3}{10}\frac{3}{100}$
6	W. Z. W.	6	0.	$9\frac{1}{10}\frac{9}{100}$
7	W. t. Z.	$54\frac{1}{2}$	0	$2\frac{5}{10}\frac{3}{100}$
2	Z. Z. W.	$113\frac{1}{2}$	6	$9\frac{4}{10}\frac{4}{100}$
		summa	9.	$4\frac{4}{10}\frac{9}{100}$

Addendæ igitur sunt hæ singulæ, quæ conflant 9 grad. $4\frac{4}{10}\frac{9}{100}$ scr. Et quia cursus expositi versùs meridiem vergunt, de propositâ latitudine 52 gra. deducendi sunt: unde datur, secundùm has conjecturas, latitudo *Capo finisterræ* 40 gr. $55\frac{5}{10}\frac{1}{100}$ scr. Non opus erat istâ scrupulositate ut etiàm primorum partes centesimas inquirerem, potui in primis subsistere, et terminum vero proximum assumere; tanta enim maris inconstantia est, ut istæ conjecturæ itinerum ne quidem ad unum aut alterum scrupulum, verum nobis addicere possint. Quemadmodùm propositione . . . . exemplis et observationibus in medium prolatis ostendetur. Quod si aliquis horum cursuum in Boream esset inflexus, is pro ratâ parte latitudinis evariationi tantum derogaret, quinetiàm posset latitudinem in Boream ultrà parallelum rejicere; ut si hæc novissima loxodromia *A Lesert* ad *Cabofinisterræ* quæ est *Zuyd-Zuyd-West*, mutetur et fiat à *Lesert Noordt-Noordt-West* $113\frac{1}{2}$, dabitur in hoc cursu latitudinis evariatio 6 gr. $59\frac{4}{10}\frac{4}{100}$ scr. ut ante, sed in Boream à suo principio inflexa. Erunt itaque tres priores latitudines

tudines addendæ, nempe 1 gr. $13\frac{33}{100}$ ſcr. et $9\frac{19}{100}$ ſcr. et $42\frac{53}{100}$ ſcrup. quarum ſumma eſt 2 gradus et 5 ſcrupula: tantum igitùr à curſuum omnium initio, Moſæ oſtio, itum eſt in meridiem. Atqui inde rursùm in Boream 6 gr. $59\frac{44}{100}$ ſcr. Quare ſi illa evariatio minor de hac majore deducatur, reliqua eſt evariatio 4 graduum et 54 ſcrupulorum, ſed Borea, numeranda à 52 parallelo, et incidet in 56 grad. 54 ſcr. Similis ratio erit reliquarum in aliis.

PROPOSITIO XIV.

Si in curſu compoſito continentèr omnes à communi meridiano in ortum vel occaſum vergant, longitudinis evariationem adaugebunt: ſi qui ex iis in contrarium reflectantur, iſti pro ratâ parte eandem imminuent.

QUEMADMODUM propoſitione 13 latitudinis evariatæ proſtaphæreſin explicuimus; ita hìc longitudinis proſtaphæreſin proſequemur: quæ utraque in uſu, et curſibus compoſitis ſæpe permiſcetur. Longitudinis evariatio, et incrementum aut decrementum, hìc non numeramus à primo meridiano; ſed à meridiano illius loci unde iter aut computationem inſtituis, ad eum locum quo contendis; ſive iſte illìnc in orientem, ſeu in occidentem diſſitus vergat. Ut ſi ab *a* puncto meridiani *ay*, in ſchemate antecedentis propoſitionis, diſcedas in occaſum curſu *ae*; et ſequens iterùm vergat à termino *e* in *i*; et tertius ab *i* in *o*; quartus ab *o* in *u*; hi curſus continentèr longitudinis evariationem adaugebunt: omnes enim ultrà noviſſimum meridianum in occaſum porriguntur. At ſi noviſſimus curſus ab *o* reflectatur in *n*, ut *on*; is factæ evariationi tantum derogabit, quantum pars ipſius quantitati congrua ſibi vindicabit: ut hìc *ln* de *ly* deducta relinquit *ny*, longitudinis evariationem inter curſûs principium *a* et hunc finem *n*. Cum autem ſub eodem meridiano rectâ in Auſtrum aut Boream decurres, longitudinis evariationi nihilum accedere aut decedere, eſt manifeſtum.

Aſſumantur enim curſus, et curſuum inclinatio, et quantitas, eadem quæ ſuprà in propoſitione antecedente; et quæratur quanta ſit ſingulorum evariatio longitudinis. Id fiet per propoſitionem . . . . ſi proximorum parallelorum differentiæ quadruplum multiplicetur per quadrantem tangentis inclinationis, ſeu numerum mecodynamicum cujuſque uni ſcrupulo debitum. Ego hìc tabellam ſubjicio, in quâ in ſelide ſecundâ loxodromiarum ordinem, in tertiâ ventorum nomina ac curſûs plagam, in quartâ milliaria æſtimata, in quintâ latitudinis evariationem, ſeu parallelum in quo ſinguli terminantur, in ſextâ quadruplos canonicos parallelis interjectis debitos, et in ſeptimâ evariationem longitudinis ſingulorum, expreſſi. Primâ autem ſelide numeros canonicos multiplicantes, ſeu quadrantes tangentis inclinationum, collocavi. Quemadmodum hìc vides.

multi-

Multiplicantes.	Loxodromiæ.	Curfûs plaga.	Milliaria æftimata.	Evariatio latitudinis. gra.	min.	NumeriCanonici quadruplicati.	Evariatio longitudinis. gra.	min.	
3,741	5	Z. W. t. Z.	33	48	46$\frac{66}{100}$	674,272	2.	48$\frac{1}{2}$	Ad.
6,035	6	W. Z. W.	6	48	36$\frac{47}{100}$	134,088	0.	33$\frac{1}{2}$	Ad.
12,568	7	W. t. Z.	54$\frac{1}{2}$	47	54$\frac{19}{100}$	1,283,796	5.	21	Ad.
1,035	2	Z. Z. W.	113$\frac{1}{2}$	40	54$\frac{65}{100}$	974,288	4.	3$\frac{1}{2}$	Ad.
							12.	46$\frac{1}{2}$	

Evariatio longitudinis itaque erit 12 gr. 46$\frac{1}{2}$ fcr. atque tanto occidentalius eft acroterium Hifpaniæ *Cabo finifterræ* hodiè dictum, quàm fit Mofæ fluminis oftium. Ego hìc in latitudine confignandâ etiam particulas fum confectatus, ut ifto exemplo doceam, quàm parùm ad rhombum eæ faciant; nifi forte obliquiffimi fint curfus, ut loxodromia 7$\frac{1}{2}$, 7$\frac{3}{4}$, aut in parallelis minimis propè et ultrà circulum arcticum verferis. Hìc enim in eodem exemplo fi proximi veris affumantur, nempe 48 gr. 47 fcr. et cæteri deinceps, dabitur in fingulis curfibus evariatio longitudinis quantam hìc expreffimus.

paralleli gr.	fcr.	*evariatio long.* gr.	fcr.
48	47	2	48
48	38	0	33
47	55	5	25
40	56	4	3
		12	49

Ut differentia non fit trium fcrupulorum in tam longo curfu, quæ vel conjecturæ in longitudine itineris, vel errori in obfervandâ poli altitudine fummo jure imputari poffunt; ut in iftâ λεπτολεσχία facilè fine ullâ jacturâ manus de tabulâ tolli poffit.

Si curfus ultimus pro *Zuyd-Zuyd Weft* fuiffet *Zuyd-Zuyd-Ooft*, hoc eft, pro *ou* fuiffet *on*; jam ultima longitudinis evariatio 4 gr. 3 fcr. de reliquis effet fubducenda, nempe de 2 gr. 46 fcr. et relinquetur evariatio longitudinis *ny* 4 gr. 43 fcr. tantùm.

Denique fi ab *o* rectà in meridiem effet decurfum in *l*, nullam aliam effe longitudinis evariationem in *l* puncto, quam ante fuerat in *o*, manifeftum eft; nempe 8 gr. 46 fcr. Sequitur comparatio conjectaneæ evariationis compofiti curfûs cum eâ quæ de cœlo obfervatur.

PROPOSITIO XV.

Si in cursu composito æstimata latitudo ab observatâ discrepet, retentâ longitudinis evariatione latitudinem in observatum parallelum transferes.

SIMPLICES cursus suas habuerunt leges, secundùm quas ipsæ ad observationes de cœlo factas regerentur, et nonnullæ earum, si nimia enormitas incideret, emendarentur. In compositis autèm cursibus difficilior singulos emendandi est ratio, et magìs intricata: eam itaque ob rem, nisi alia evidens causa alitèr suadeat, (quam quidem nos posteà exponemus,) longitudinis evariatione retentâ, latitudinis differentiâ inter conjectaneam et observatam posthabitâ, ad observatum de cœlo parallelum transibimus. Res posito exemplo fiet clarior. Sint enim cursus iidem qui suprà propositione 12 sunt expressi, à Mosæ fluminis ostio sub parallelo quinquagesimo ad acroterium Hispaniæ *Cabo finis terræ* dictum; atque illìc de cœlo sit observatum, et latitudo inventa 42 gr. 42 scr. Atqui è loxodromiis et itineris ratione ante datur nobis latitudo 40 gr. 55 scr. ut differentia inter illam et hanc sit 1 gradus et 47 scrupula; quam loxodromiarum hallucinationi tribuam, ut illarum inclinationes alias reverà fuisse necessum videatur, atque in chalyboclisis observatione, aut aliâ quavis occasione non nihil peccatum esse. Neque omninò mirum est, aut inauditum, in tantâ itineris longitudine, ac tot dierum intervallo, cum intereà de cœlo observatum non erit, tantam à latitudine verâ differentiam intercedere: quod infrà quoque altero exemplo patebit. Hæc enim non ficta, sed re ipsâ ex nautarum Diariis excerpta proferimus. Porrò autem cum ad longitudinem emendandam subsidii nihil detur, ante inventam retinebo, quæ nobis inter Mosam et dictum acroterium suprà fuit 12 gr. 46 scr. Atque ita in isto meridiani et paralleli communis sectionis termino confecti itineris limitem statuere habeo necesse.

Atqui, ut diximus, CAUTIO est, si enormis sit ea differentia, emendatione tali opus esse, quâ anguli quibus loxodromiæ ad meridianum inclinantur, mutentur; hoc est, aliæ loxodromiæ assumantur, quam acus magnetica, in ipso cursu designaverit: quia id à maris occulto impetu factum sit, quo navis transversìm ab instituto tramite sit furtìm abrepta. Verbi gratiâ, maris fluctus adeò violento, sed tamen inobservabili, impetu propè fretum *Davis* à Boreâ versùs Austrum fertur, ut qui istinc cursum in ortum dirigunt monstrante acu magneticâ, (etiàm legitimè secundùm suam chalyboclisin emendatâ,) perpetuò deprehendantur, eum non tenuisse cursum, sed pro parallelo hoc, loxodromiam quartam inter ortum et meridiem, (nostris *de Zuyt Oost streeck* dictam) decurrisse. Id quemadmodum in hoc simplici cursu, cum ab observatione incipiet et terminabitur, emendari possit, suprà explicui. Itaque semèl cognito isto subreptitiæ loxodromiæ angulo reliquos omnes ad hunc temperabo. Nam cursum observatum hìc alium esse quam verum, cum haud sis nescius, et maris motum à Septentrione in meridiem ferri: si tu igitùr sub eodem meridiano versùs boream contendas, sequitur, iter tuum minus esse quàm conjecturâ factâ æstimes: si in meridiem, multo esse majus; atque ideò illìc observatam latitudinem minorem æstimatâ,

æstimatâ, hìc contrà majorem esse, mirari desines, cum causam pernoveris. Inter meridianum et parallelum, loxodromiarum anguli et quantitas cursûs ita erunt temperandi, proùt diligens observatio, et sedula itineris confecti æstimatio arguet, secundùm præcepta in simplicibus posita, ubi singulis cursibus singulas observationes tribuimus, et secundùm eas emendavimus quando esset necesse. Cæterùm, cum in compositis, ubi post aliquot cursus continuatos demùm observatio et emendatio adhibentur, ea res plus habeat difficultatis; necesse est ut cognoscas quænam in singulis cursibus loxodromia pro aliâ sit substituenda, atque ita paratus ac instructus venias: ut in eo quod modò recensuimus, cum in ortum ire visus sis, tamen non referas in ephemerin tuam nauticam *Oost*, sed ut diximus, *Zuydtoost milliaria tot*; atque ita in cæteris ad eandem normam. Quod si in pelagus aliquod imparatus venias, et præter opinionem in id sis delatus, cujus neque agitationem neque impetum fando audiveris; opus erit ut summâ cum curâ atque industriâ ipse huic rei animum advertas, atque æstimata cum observatis conferas, unde correctione loxodromiarium factâ aliquid sani de tuo profectu, aut defectu, statuas; nam id gnavi et industrii naucleri munus est: cujus fidei non tantùm merces istæ, quantumvis pretiosæ; verùm etiàm navis universa, quâ tot hominum vita et salus continetur, est concredita.

Visum est huic theoremati luculentissimum itineris longioris exemplum et calculi rationem subjicere; unde praxis nostra nautica pernosci possit: et totum illud quod suprà in ordinando nautico diario adhibuimus huc transferre, atque ad abacos nautici epilogismi revocare. Ubi hoc mihi monendus es in ipso vestibulo, Loxodromiarum angulos, et cursuum quantitatem à peritissimis naucleris, qui unà vehebantur, et harum difficultatum haud essent expertes, ita secundùm illorum consuetudinem emendatos, quemadmodum ipsi, usu edocti, vero maximè assidere existimarent; ídque illi voce technicâ *behouden coursen en mylen* indigitant. Id significat *cursus et milliaria sarta tecta*, quo innuunt, cum fide, industriâ, et legitimâ utriusque taxatione, quibus hæc in medio mari sunt obnoxia, ista pro visis et apparentibus esse substituta, proùt quotidiana eos experientia, omnium rerum magistra, erudivit.

Sit itaque nobis exemplum è Diario nautico propositionis quartæ, ubi è datâ inclinatione et cursuum quantitate longitudinis et latitudinis evariationem per artem, vel si libeat, potiùs e canonio προχείρῳ primùm erues. Sed id quoque notandum tibi est, quod loci situs ad quem itur, hìc orientalior sit eo unde disceditur, et præterеà quoque meridionalior; quod ideò monere oportuit, ut inde longitudinem et latitudinem loci optati posteà rite et sine errore constituas. Diarii hujus nautici secundùm divinationem et observata hæc est formula, ut primæ selidi mensis dies sit adscriptus; secundæ nomina ventorum quibus cursûs inclinatio et plaga definitur; tertiæ ejusdem quantitas in milliaribus; quartæ singulorum cursuum latitudinis evariatio de cœlo observata; quintæ latitudinis evariatio secundùm cursûs æstimatam quantitatem; sexto milliaria mecodynamica eidem congrua; septimæ longitudinis evariatio è milliaribus mecodynamicis derivata. Horum duorum, quæ ultimo loco recensuimus, magnitudinem, ex canonio prochîro, aut per calculum explicare licebit, proùt opportunum videbitur, quemadmodùm hìc vides. Cujus rationem deincèps sigillatìm etiàm explicamus. Initium navigationis factum est à parallelo boreo 52 gr. 25 scr.

	Dies.	Loxodro. numerus.	Velificationis cursus.	Mil. confect.	Alti. Poli observata. gra. min.	Latitudo è loxodromiis derivata gra. min.		Poli altitudo conjectanea.	Evariatio longitudinis. gra. min.		Longitudo 339. 31.
Julii	16	6	O. Z. O.	18		0 28	S		1 50	A	
	17		O.	4		0 0			0 26	A	
		5	Z. O. t. O.	13		0 29	S		1 10	A	
	18	6	O. Z. O.	14		0 $21\frac{1}{2}$	S		1 23	A	
		6	O. Z. O.	3		0 $4\frac{1}{2}$	S		0 $17\frac{1}{7}$	A	
		6	W. Z. W.	11		0 17	S		1 $4\frac{1}{2}$	S	
		7	W. t. Z.	$1\frac{1}{2}$		0 1	S		0 8	S	
	19	3	Z. O. t. Z.	$2\frac{1}{2}$		0 $8\frac{1}{3}$	S		0 $8\frac{1}{2}$	A	
		3	Z. O. t. Z.	5		0 $16\frac{2}{3}$	S		0 1[illegible]$\frac{3}{4}$	A	344. 24
	20	2	Z. Z. O.	14	48. 38	0 $51\frac{3}{4}$	S	49. 27	0 33	A	
		2	Z. Z. O.	2		0 $7\frac{1}{3}$	S		0 $4\frac{1}{3}$	A	
		4	Z. W.	$7\frac{1}{2}$		0 $21\frac{1}{3}$	S		0 $32\frac{1}{2}$	S	
	21	5	Z. O. t. O.	4		0 $8\frac{9}{10}$	S		0 20	A	
	22	6	O. Z. O.	24		0 $36\frac{3}{4}$	S		2 $11\frac{1}{2}$	A	
	23	4	Z. O.	29		1 22	S		2 0	A	
		3	Z. O. t. Z.	31		1 43	S		1 38	A	
	24		Z.	5	42. 54	0 20	S	43. 58	0 0		350. 5
			Z.	21		1 24	S		0 0		
	25	1	Z. t. W.	5	41. 4	0 $19\frac{2}{3}$	S	41. 10	0 $5\frac{1}{2}$	S	
	26		Z.	24	39. 24	1 46	S	39. 18	0 0		350. 0
		$1\frac{3}{4}$	Z. Z. W. $\frac{1}{4}$ Z.	$12\frac{1}{2}$		0 47	S		0 $21\frac{1}{2}$	S	
	27	5	N. O. t. O.	5		0 $11\frac{1}{10}$	A		0 22	A	
	28	$5\frac{3}{4}$	O. N. O. $\frac{1}{4}$ N.	16		0 $27\frac{1}{3}$	A		1 $13\frac{6}{10}$	A	
	29	6[illegible]	O. t. N. $\frac{1}{4}$ N.	16		0 $15\frac{1}{2}$	A	39. 31	1 $22\frac{1}{2}$	A	352. 36
		$7\frac{3}{4}$	O. $\frac{1}{4}$ Z.	$6\frac{1}{2}$		0 $1\frac{1}{3}$	S		0 35	A	
		7	O. t. Z.	5		0 $3\frac{9}{10}$	S		0 25	A	
	30		O.	$8\frac{1}{2}$	39. 24			39. 11	0 44	A	
Aug.	1		O.	$23\frac{1}{2}$					2 $1\frac{6}{10}$	A	
	2		O.	38	39. 13			39. 11	3 $16\frac{2}{10}$	A	
		7	O. t. Z.	17		0 $13\frac{1}{3}$	S		1 26	A	
	3		O.	14	38. 58			39. 0	1 2	A	
	4		O.	5	38. 50			39. 0	0 $25\frac{7}{10}$	A	2. 30

Quartâ Augusti appulimus ad insulam *Fajael*, *Açorum*, *sive Flandicarum*, unam ; atque inde 23 ejusdem mensis solvimus Hispaniam versùs navigaturi.

Dies.

Dies.	Loxodro. numerus.	Velificationis cursus.	Mil. confect.	Altit. Poli obfervata. gra.	min.	Latitudo è loxodromiis derivata. gra.	min.		Milliaria mecodynamica.	Evariatio longitudinis. gr.	mi.	Longitudo.
Aug. 23	$6\frac{1}{4}$	O. N. O. $\frac{1}{4}$ O.	$4\frac{1}{2}$			0	6	A				
24	$6\frac{1}{2}$	O. N. O. $\frac{1}{2}$ O.	16			0	$18\frac{1}{2}$	A				
	4	Z. O.	$6\frac{1}{2}$			0	$18\frac{1}{2}$	S				
	$3\frac{1}{2}$	Z. O. $\frac{1}{2}$ Z.	2			0	$6\frac{1}{2}$	S				
25	$3\frac{1}{2}$	N. O. $\frac{1}{2}$ N.	4			0	$12\frac{2}{5}$	A				
26	$2\frac{1}{2}$	N. N. O. $\frac{1}{2}$ O.	16			0	$56\frac{1}{2}$	A				
27	3	N. O. t. N.	16			0	$53\frac{1}{2}$	A				
28	2	N. N. O.	14			0	$51\frac{3}{4}$	A				
29	2	N. N. O.	17			1	3	A				
30	1	N. t. O.	$9\frac{1}{2}$			0	$3\frac{1}{4}$	A				
	2	N. N. W.	1			0	$3\frac{7}{10}$					
31	6	O. Z. O.	9			0	$13\frac{1}{4}$					
	5	Z. O. t. O.	$4\frac{1}{2}$			0	10					
Sept. 1		Z.	7	42	52	0	28	S				
2	7	O. t. Z.	5			0	$3\frac{8}{10}$	S				
3	7	O. t. Z.	18			0	14	S				
4	7	O. t. Z.	31			0	24	S				
5	7	O. t. Z.	37			0	$28\frac{9}{10}$	S				
	7	O. t. N.	22			0	$17\frac{2}{10}$	A				
6	$3\frac{1}{2}$	N. O. $\frac{1}{2}$ N.	9			0	$27\frac{1}{10}$	A				
7	$2\frac{3}{4}$	N. N. O. $\frac{1}{4}$ O.	26	42	42	1	$29\frac{2}{10}$	A				
	3	N. O. t. N.	5			0	$16\frac{6}{10}$	A				

Noviffimo hoc curfu tandem octavâ Septembris appulimus ad promontorium Hifpaniæ, vulgò *Caput finis terræ* dictum, quâ Hifpania longiffimè in occidentem in orâ Septentrionali procurrit. Ptolomæo effet Nerium promontorium.

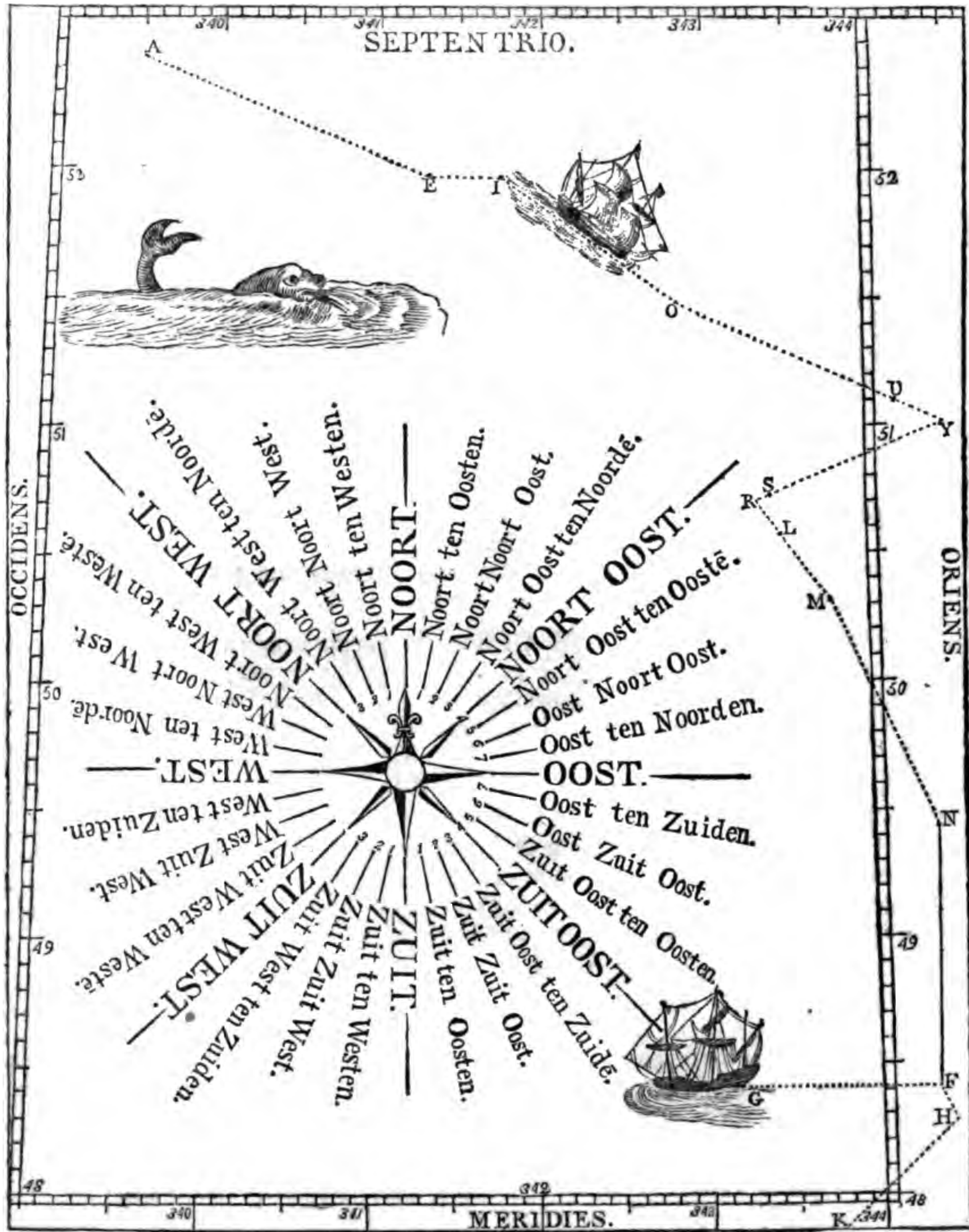
Primi curfûs menfura et plaga in hoc diario exprimitur; longitudo quidem milliarium 18 felide quartâ; plaga autem O. Z. O. felide tertiâ; loxodromiæ numerus, memoriæ juvandæ caufâ, felide fecundâ. Ita enim omnia feliciùs accuratiúfque abfolventur; neque in lubrico confiftes quando femèl hoc labore eris defunctus, ut felidi fecundæ loxodromiæ numerum adjicias. Secùs enim etiàm hìc memoriam follicitare opus effet: quod, ut in tantâ varietate periculofum, ita quoque minùs exercitatis haud adeò expeditum fuerit. Licebit itaque, ut fuprà jam expreffimus, canones πρόχειρους adhibere, atque illìnc lâtitudinis evariationem fecundùm loxodromias, et milliaria mecodynamica depromere; fi forsàn

forsàn quis in calculo minùs ſit exercitatus. Ego verò et tutiſſimum et expeditiſſimum judico ei qui epilogiſmo utcunque adſueverit, calculum ab ipſo fonte arceſſere: atque, in eum finem, canonion exiguum ad manus habere, in quo, in primo loco, loxodromiarum ordo, et earum quadrantes; in ſecundo loco, angulorum, qui ad earum complementa pertinent, ſinuum quadruplum; et in tertio loco, tangentium, qui ad ipſarum loxodromiarum angulos pertinent, quadrantes; ſint ordine digeſti. Secunda enim ſelis latitudini inveniendæ ſerviet per conſectarium propoſitionis 28, et per 30 prop. libri primi. Canonion ipſum hìc quoque ſubjeci ad radium quinque circulorum, ut te quoque calculi hujus moleſtiâ liberarem.

Loxodrom.	Sin. compl. quadrupl.	$\frac{1}{4}$ tangent.	Loxodrom.	Sin. compl. quadrupl.	$\frac{1}{4}$ tangent.
$\frac{1}{4}$	399,518	1,228	$4\frac{1}{4}$	268,623	27,583
$\frac{1}{2}$	398,074	2,462	$4\frac{1}{2}$	253,757	30,462
$\frac{3}{4}$	395,670	3,708	$4\frac{3}{4}$	238,280	33,709
1	392,314	4,973	5	222,228	37,415
$1\frac{1}{4}$	388,012	6,262	$5\frac{1}{4}$	205,641	41,710
$1\frac{1}{2}$	382,776	7,584	$5\frac{1}{2}$	188,559	46,805
$1\frac{3}{4}$	376,624	8,945	$5\frac{3}{4}$	171,021	52,858
2	369,552	10,355	6	153,072	60,355
$2\frac{1}{4}$	361,596	11,824	$6\frac{1}{4}$	134,756	69,870
$2\frac{1}{2}$	352,768	13,363	$6\frac{1}{2}$	116,114	82,414
$2\frac{3}{4}$	343,091	14,984	$6\frac{3}{4}$	97,192	99,806
3	332,587	16,704	7	78,036	125,683
$3\frac{1}{4}$	321,283	18,541	$7\frac{1}{4}$	58,692	168,536
$3\frac{1}{2}$	309,204	20,517	$7\frac{1}{2}$	39,207	253,829
$3\frac{3}{4}$	296,380	22,659	$7\frac{3}{4}$	19,627	508,887
4	282,843	25,000			

Nunc itaque numerum ſinus qui ad ſextum curſum pertinet, (iſte enim hìc datur O. Z. O.) excerpam, nempe 153,072; qui, per milliaria multiplicatus, et per radium diviſus, dabit ſcrupula evariatæ latitudinis $27\frac{55296}{100000}$; aut, quod ſatìs ſit, $27\frac{5}{10}$, per propoſitionem 19 libri primi. Hanc evariationem in oppoſito laterculo in ſuâ ſelide inſcribam, ſub latitudinis evariatione ſelide ſextâ; et, quia versùs æquinoctialem profectionem promovet et latitudinem minuit, ſelidi ſequenti è regione adſcribam S literam, ſubductionis notam. Dehinc longitudinis evariationem inveſtigabo per propoſitionem trigeſimam libri 1, hoc modo. Parallelus unde navigari cœptum, erat 52 gr. 25 ſcr. hic noviſſimus autem 28 ſcrupulis eſt minor; atque ideò 51 gr. 57 ſcr. differentia numerorum è *canonicis parallelorum*, qui ad hos pertinent, eſt 45.6587; ejuſdémque quadruplum 182.6348. Túmque quadrans tangentis qui ad hanc loxodromiam pertinet, per radium diviſus, dabit crus mecodynamicum $\frac{60355}{100000}$ quantum latitudinis

nis scrupulo erit consentaneum, per consectarium prop. 28, l. 1. Hinc itaque per propositionem 30, fiat: ut 10,000 ad Canonicum 182.6348, ita $\frac{63355}{100000}$, sive,



refectis

resectis abundantibus, 100.18263$\frac{6}{10}\frac{3}{100}\frac{3}{1000}$, hoc est, ut 100,000, ad 182.63, ita 633 ad scrupula evariatæ longitudinis 100$\frac{12}{100}$, qui sunt 1 gr. 50 scr. Atque hunc numerum selidi, quæ est è regione, inscribam; et quia cursus hic iter versùs optatum æquinoctialem promovet, eidem in selide sequenti adscribam S literam. Cursus iste in appositâ tabellâ exprimatur ductu lineæ *ae*. Ego hìc milliaria mecodynamica neglexi, quia ita faciliùs negotium absolvitur. Sed, si cui libeat, et ea quoque ratio placeat, per me id ei erit liberum: is enim tum, per propositionem 13 libri primi, quoque longitudinis evariationem in singulis invenire possit. Verùm id mihi videtur operosiùs: nos certè istam, quam jam instituimus viam, porrò sequemur. Quod si tamen velis cognoscere quo cursu simplici principium et finis compositorum cursuum copulari et conjungi possit; illìc sanè usum habeat hæc res. Sed idem quoque suprà, propositione 32 lib. 1, nobis est expositum; quarè huic selidi suum quidem locum assignamus, etiamsi nunc eâ non utamur.

Sequitur cursus secundus, qui ab *e* puncto sub parallelo 51 graduum et 57 scrupulorum, Ortum versùs, per 4 milliaria est continuatus; qui designatur lineâ *ei*. Hìc laterculo latitudinis nihil, sive 0, inscribam; quia in eam partem nihil est mutatum: et è regione in laterculo longitudinis 0 gr. 26 scr. 17 sec. Quæ sub isto parallelo quatuor milliaribus per propositionem undecimam libri primi debentur.

Tertia est loxodromia Z. O. t. O. quæ ordine quinta est, ut indicatur è regione selide secundâ, et quidem milliarium 13, qui cursus hic expressus est per lineam *io*; cui in evariatione latitudinis cedunt scrupula 29, rursùm subducenda; atque hæc ita cum his notis suis laterculis inscribantur. Inde quoque ut suprà longitudinis evariatio datur 1 gr. 10 scr.

Quarta est loxodromia O. Z. O. hoc est, quemadmodum secundâ selide est expressum, loxodromia ordine sexta, qui cursus hic expressus est lineâ *ou*, milliarium 14; unde evariatio latitudinis datur 0 gradus sed 21$\frac{1}{4}$ scrupula: quam ita suæ selidi inscribam; et, quia latitudinem loci, unde discessum est, minuit, è regione adscribam notam subductionis S. Hinc, ut ante, longitudinis evariatio dabitur 1 gr. 23 scr. addenda: quæ singula in suas propriásque selides referam, ut priùs.

Quintus cursus est VY iterùm O. Z. O, seu loxodromia ordine sexta milliarium 3; unde latitudinis evariatio datur 0 gr. 4$\frac{1}{2}$ scr. subducenda: quæ ita suis laterculis inseram. Porrò longitudinis evariatio hinc existit 0 gr. 17$\frac{1}{3}$ scr. addenda antecedentibus: atque ita suis laterculis inscriptas vides.

Sextus cursus est W. Z. W. Loxodromia itidem ordine sexta, milliarium 11, quæ designatur in tabellâ per lineam YS; unde latitudinis evariatio datur 0 gr. 17 scr. quæ adhuc in austrum tendit, atque ideò subducenda; unde parallelus per S punctum datur 50 gr. 45 scr. Et hìnc evariatio longitudinis invenietur esse 1 gradus et scrupula 4$\frac{1}{2}$: sed, quia hic cursus in occasum reflectitur, subducenda. Quarè longitudinis differentia inter meridianos per A et S transeuntes erit tantùm 4 grad. 1$\frac{1}{2}$ scrup.

Septimus cursus est W. t. Z. loxodromia itidem ordine septima, milliarium 1$\frac{1}{2}$, quæ exprimitur lineâ SR; unde latitudinis evariatio invenietur 0 gr. 1 sc. subducenda,

ducenda, quia cursum promovet in austrum. Et inde longitudinis evariatio o gr. 8 scr.; quæ est itidem ab antecedentibus subducenda, quia cursum in occasum contrà scopum adauget. Atque ita utrosque hos numeros suis locis referam.

Octavus cursus est Z. O. t. Z. loxodromia tertia, quæ notatur lineâ RL, est milliarium $2\frac{1}{2}$; unde latitudinis evariatio datur o gr. $8\frac{1}{3}$ scr. quæ itidèm, ut omnes antecedentes cursum in meridiem promovet. Hinc longitudinis evariatio invenietur o gr. $8\frac{1}{2}$ scr. quæ rursùm ex instituto cursum versùs optatum scopum promovet. Atque ideò ita suis locis referam cum notis, illìc S, hìc A.

Nonus cursus Z. O. t. Z. est Loxodromia ejusdem generis cum antecedente, scilicet, Loxodromia tertia, et designatur per lineam LM, milliarium 5; atque ideò dabit latitudinis evariationem o gr. $16\frac{2}{3}$ scr. subducendam; et inde evariationem longitudinis o gr. $17\frac{3}{4}$ scr. addendam.

Decimus cursus MN, Z. Z. O. loxodromia secunda milliarium 14, dabit latitudinis evariationem o gr. $51\frac{3}{4}$ scr. ab antecedentibus subducendam, et longitudinis evariationem o gr. 33 scr. quæ itidem cursum versùs locum optatum promovet. Atque ideò cum suis notis suis locis inseram. Hactenùs integro quatriduo in mari Oceano jactati, nullam de cœlo observandi occasionem habuêre; nunc tandem redditâ serenitate, et discussis nebulis, observatio ipso meridie ad solem instituta exhibet poli altitudinem 48 gr. 38 scr. Hanc cum eâ, quam èx loxodromiarum cursibus et quantitate derivavi, contendam. Additis enim latitudinis evariationibus ad singulos cursus pertinentibus, (quæ è cursuum quantitate jam sunt derivatæ, et omnes homogeneæ in meridiem à septentrione continuatæ,) dabitur earum summa, 2 gradus et 58 scrupula; quæ, de primâ poli altitudine in puncto A 52 gr. 25 scr. deducta, relinquet altitudinem poli N puncti æstimatam 49 gr. 27 scr. Atqui observata erat tantùm 48 gr. 38 scrup. Differentia utriusque est 49 scrupulorum. Si igitùr huic cœlesti observationi fidam, et de ejus diligentiâ certus sim (eam enim postridiè ad solem, aut noctu ad fixas, iteratâ observatione explorare poteris,) hìc, repudiatâ latitudine ex cursibus æstimatâ, navem in tabellâ ex N puncto in parallelum observatum FG transferam sub eodem meridiano NG; ut latitudinem quidem ad cœlestem observationem componam; longitudinem autem, quam ex loxodromiis derivavi, servem eandem; quæ hìc item ex singulis cursibus eruetur, additis addendis, et subductis subducendis; quemadmodum hìc vides.

gr.	scr.
1	50
o	26
1	10
1	23
o	$17\frac{1}{4}$
o	$8\frac{1}{2}$
o	$17\frac{3}{4}$
o	33
5	$15\frac{1}{2}$. A.

gr.	scr.
1	$4\frac{1}{2}$
o	8
1	$12\frac{1}{2}$. S.

Summa addendorum eſt 5 gr. 15½ ſcr. et ſubducendorum 1 gr. 12¼ ſcr. Si itaque hunc de illo ſubducam, relinquitur longitudinis evariatio 4 gr. 3 ſcr. tantúmque ab inſulâ et loco A versùs ortum profecimus in F. Si igitùr A ſtatuatur ſub meridiano 344, N et F erunt ſub meridiano 344; adeò ut hæc tranſlatio termini F tantùm latitudinem ſpectet, manente longitudine æſtimatâ.

Verùm hic primum illud occurrit, quod differentia inter obſervatam et conjectaneam altitudinem intercedat 49 ſcrupulorum; quæ ſatìs magna differentia eſſe videatur; et propterea obſervatio minùs diligentèr fuiſſe inſtituta. Sed in obſervatione nullum ſubeſſe vitium, conſenſus arguit. Cum enim plures, et quidem periti naucleri eâdem veherentur navi, quorum major pars et Orientalem et Occidentalem Indiam non ſemèl adierant; quique hujuſmodi obſervationum eſſent callentiſſimi; tamen omnes infrà nonum et quadrageſimum gradum ſubſiſtunt, et eâ gratiâ horum omnium obſervationes accuratè et diſtinctè adnotabo.

1	2	3	4	5	6
48. 34	48. 8	48. 58	48. 38	48. 20	48. 7

Ego obſervationem quartam in omnibus ſum ſecutus, cujus autor, ut cæteris in arte peritior, ita ſummâ diligentiâ et ſedulitate in hoc negotio ad æmulationem uſque ſit verſatus; vides enim è reliquis quatuor longè etiam infrà ipſum ſubſiſtere, unum autem tantum excedere; quod argumenti ſatìs eſt eam obſervationem eſſe vero proximam; quarè ea nobis pro legitimâ eſto; et inter conjectaneam atque obſervatam latitudinem tanta differentia, quantam ſuprà expreſſimus, nempe 49 ſcrup. Quamobrem illud nunc hinc conſtantèr arguitur, maris agitationem illic à Boreâ in meridiem ferri occulto motu, atque ideò tanto plus ipſos profeciſſe quam exiſtimarent, aut conjecturis aſſequi poſſent. Etiamſi enim hujus motûs non eſſent ignari, et conjecturas ſuas in itineris confecti æſtimatione, et curſûs plagâ ſecundùm acûs magneticæ ſitum factâ, nonnihil ſecundùm eam maris agitationem definiverint expreſſeríntque; tamen nondum ipſum verum uſquequaque aſſecutos res ipſa loquitur: quod idem quoque, obſervatione ad diem 24. inſtitutâ, infrà confirmabitur. Et quamvis hoc motu longitudinis differentiam quoque non nihil luxatam exiſtimem; quia tamen pedum nulla apparet via, ex quâ eadem quoque inſtaurari corrigíque poſſit, ea tanta nobis retinenda eſt, quantam calculus è loxodromiis derivatus ſuppeditavit. Et hinc à puncto F reliquæ deinceps loxodromiæ ſunt ordinandæ poſthabito N termino, tanquam erroneo.

Ab F itaque ſit initium curſûs undecimi, qui eſt Loxodromia Z. Z. O. iterùm ſecunda, 2. milliarium; unde latitudinis evariatio datur o gr. 7⅓ ſcr. augens itineris profectum in meridiem: et evariatio longitudinis o gr. 4½ ſcr. itidem adjectiva, ut in canonio expreſſum vides; quæ in tabulâ deſignatur à lineâ FH.

Hinc duodecimus curſus Z. W. loxodromia quarta, milliarium 7⅓, ut HK; unde latitudinis evariatio dabitur o gr. 21⅕ ablativa; et longitudinis evariatio o gr. 32½ ſcr. ablativa, quia in occaſum reflectitur, cum noſter ſcopus, *Faiael*, in

in ortum à nobis absit; atque ita suis notis in selides et laterculos debitos hos numeros referam. Et quia reliqua tabella non capit, cum his exemplis satìs clarè omnia expresserimus, solos numeros, quibus longitudinis et latitudinis evariatio explicatur, in canonio cum suis notis calculo nostro subductos annotabo, et finem hìc faciam: ubi illud ante monuero, me scrupulorum particulas in latitudine quoque adhibuisse, et illam λεπτολεσχιάν secutum; non quod tanti ea res sit, sed duntaxàt ut hoc exemplo docerem ad summam ἀκρίβειαν hìc nihil esse reliqui, quod jure desiderari possit. Et sanè quamvis absque damno istæ particulæ impleri, et scrupulum proximum assumi possit in quatuor primis, seu minùs obliquis loxodromiis; certè in reliquis, maximè post quintam aut sextam Loxodromiam, minùs tutò negliguntur; cum illìc facilè unius aut alterius scrupuli differentiam, in obliquissimis etiàm complurium, earum neglectus inducere possit.

Hic ita porrò calculum latitudinis et longitudinis ac singulos cursus subduxi, usque ad diem quartum et vicesimum, ubi rursùm de cœlo observatum est, atque loci seu illius paralleli latitudo inventa 42 gr. 54 scr. cum ex conjecturâ et itineris confecti æstimatione deprehenderim 43 gr. 58 scr. ergò nunc fit manifestum quòd integro gradu in conjectaneâ latitudine erratum sit. Atque ita à conjecturis ad observationem transibo, et pro æstimato parallelo 43 gr. 58 scr. statuam navem in parallelo 42 grad. 54 scr.

Quamobrem, cùm, et suprà et nunc quoque, bìs jam sit observatum navem utrobique integrum gradum suprà æstimationem profecisse in austrum; cúmque observationes de cœlo factæ sint (quantum maris agitatio sinit) satìs accuratæ, insupèr itineris quoque æstimata quantitas et plaga communi omnium consensu approbata; atque ita quidem ut à peritissimis solet, quíque hujus agitationis non essent ignari; experimur tamen in isto exemplo mare adhuc potentiùs à Septentrione in meridiem cieri quàm ipsis visum sit: Optandum utique esset frequentes peritorum nauclerorum navigationes diligentèr consignatas in peritorum manibus versari, ut inde paulò constantius de istâ latente et occultâ agitatione judicium capi posset: et naucleri, qui ista maria frequentant, commoneri, quemadmodùm æstimatas loxodromias, aut cursus in suas ephemerides referre debeant; quémque cursum pro alio substituere habeant necesse; vel potiùs, quod in talibus utique mavelim, ut visæ loxodromiæ absque nauticâ censurâ quemadmodum pyxis eas exhibuit seorsìm consignarentur, et seorsìm item iidem secundùm ipsorum censuram; ita enim veritas faciliùs in apertum educeretur. Ea sanè res maximi esset usûs. Memini enim viros in hac arte peritos, mihi olim narravisse nauclerum quendam non è vulgo, qui semèl atque iterùm Amstelodamo Maderam insulam contrà Africæ promontorium positum peteret, bìs irrito cursu et re infectâ domum reversum, neque eam in medio mari positam adire potuisse. Scilicet occulta illa maris agitatio ei non erat perspecta; atque ideò et ipsi et heris suis profectio ea fuit damnosa.

Sequitur observatio quarta ad diem vigesimum sextum 39 gr. 24 scr. ubi conjectanea latitudo datur 39 gr. 18 scr. (differentiâ minimâ inter utramque;) longitudo autem 350.0.

Tum quinta ad diem vigefimum nonum 39 gr. 16 fcr. et conjectanea 39 gr. 31 fcr. et longitudo 352 gr. 36 fcr.

Hinc fexta 39 gra. 24 fcr. Deinde feptima 39 gra. 13 fcr. Poft hanc octava 38 gr. 58 fcr. Denique ultima ad diem 4 Augufti 38 gra. 50 fcr. cum longitudine è loxodromiis derivatâ. 2 gr. 30 fcr.

Atque ita primum meridianum, qui per infulas *Corvo* et *Flores* ducitur, tranfivimus, et concludere debemus quod *Faijal* infula, (quam hoc curfu petivimus) 2 gr. 30 fcr. ifto orientalior fit. Atque diftantia meridianorum ab infulâ Bellâ ad hanc ufque erit 22 gr. 59 fcr. et latitudinis differentia 13 gr. 35 fcr.

Haud aliâ ratione longitudinis et latitudinis evariationem è fingulis curfibus derivatam annotavimus, et cum obfervatâ latitudine comparavimus ab infulâ *Faial* ad extremum fummúmque Hifpaniæ promontorium *Caput finis terræ* vulgò dictum, quæ omnia fuis felidibus et laterculis ordine infcripfimus, unde differentia latitudinis datur 3 gr. 52 fcr. longitudinis autem 18 gr. 1 fcr. Et tota longitudinis differentia inter *Infulam Bellam* in Americano littore, atque *Caput finis terræ*, Hifpaniæ promontorium, datur 41 gr. 0 fcr.

Illud verò obitèr mihi hìc notandum videtur, primum meridianum à quibufdam ftatui per infulas *Corvo* et *Flores*, quia iftic acus magnete illita accuratè Septentrionem et meridiem fpectat; ab aliis autem per *Terçeram* infularum Canariarum, (feu Fortunatarum, ut quibufdam videtur,) unam, in quâ eft celfa et fublimis petra altitudine quinquaginta ftadiorum, ídque ratione perpendiculi; quæ ab intervallo quatuor graduum è meridie aut feptentrione adventantibus fpectatur. Cum enim altitudo poli in *Tenariffâ* fit 28 gr. 20 fcr. *Maderæ* autem 32 gr. 30 fcr. tamen à *Maderâ* ufque videtur fuprà horizontem extare altitudine templi eminùs confpecti. Hunc igitùr montem, *El Pico* incolis dictum, tanquam fignum à naturâ pofitum plerique hodiè primi meridiani initium ftatuunt; diftat autem meridianus per *El Pico* in *Tenariffâ* eductus à meridiano per infulas *Corvo* et *Flores* gradibus quatuordecìm. Quod fi igitùr hic primum meridianum ftatuas, *Faijal* erit fub meridiano 11 gr. 30 fcr. Et quamvis perinde fit unde meridianorum initium derivetur ad differentiam longitudinis è curfibus inveftigandam; neceffe tamen eft ut id accuratè cognofcas, fi iter tuum in ipfâ tabulâ velis confignare, ut nôris in quorumnam locorum viciniâ verferis. Quamobrem hæc ita monuiffe fufficiat; et hic quoque fimùl fecundi libri finis efto.

F I N I S.

TABULÆ

TABULÆ

CANONICÆ

PARALLELORUM.

	0	1	2	3	4
1	1.0000	61.0031	121.0247	181.0830	241.1964
2	2.0000	62.0033	122.0253	182.0844	242.1989
3	3.0000	63.0034	123.0259	183.0858	243.2013
4	4.0000	64.0036	124.0266	184.0872	244.2038
5	5.0000	65.0038	125.0272	185.0886	245.2064
6	6.0000	66.0040	126.0279	186.0901	246.2089
7	7.0000	67.0041	127.0285	187.0915	247.2115
8	8.0000	68.0043	128.0292	188.0930	248.2141
9	9.0000	69.0045	129.0299	189.0945	249.2167
10	10.0000	70.0047	130.0306	190.0960	250.2193
11	11.0000	71.0049	131.0313	191.0976	251.2220
12	12.0000	72.0051	132.0321	192.0991	252.2246
13	13.0000	73.0054	133.0328	193.1007	253.2273
14	14.0000	74.0056	134.0336	194.1022	254.2300
15	15.0000	75.0058	135.0343	195.1038	255.2328
16	16.0000	76.0061	136.0350	196.1054	256.2355
17	17.0000	77.0063	137.0359	197.1071	257.2383
18	18.0001	78.0065	138.0367	198.1087	258.2411
19	19.0001	79.0068	139.0375	199.1104	259.2439
20	20.0001	80.0071	140.0383	200.1120	260.2468
21	21.0001	81.0073	141.0391	201.1138	261.2496
22	22.0001	82.0076	142.0399	202.1155	262.2525
23	23.0002	83.0080	143.0408	203.1172	263.2554
24	24.0002	84.0082	144.0417	204.1189	264.2583
25	25.0002	85.0085	145.0426	205.1207	265.2613
26	26.0002	86.0089	146.0434	206.1225	266.2643
27	27.0002	87.0091	147.0444	207.1243	267.2673
28	28.0003	88.0094	148.0453	208.1261	268.2703
29	29.0003	89.0098	149.0462	209.1279	269.2734
30	30.0004	90.0101	150.0471	210.1298	270.2765

	0	1	2	3	4
31 32	31.0004 32.0004	91.0104 92.0108	151.0481 152.0491	211.1317 212.1335	271.2795 272.2827
33 34	33.0005 34.0005	93 0111 94.0115	153.0500 154.0510	213.1354 214.1374	273.2858 274.2890
35 36	35.0006 36.0006	95.0119 96.0123	155.0520 156.0530	215.1393 216.1413	275.2921 276.2954
37 38	37.0007 38.0007	97.0127 98.0131	157.0541 158.0552	217.1432 218.1452	277.2986 278.3018
39 40	39.0008 40.0008	99 0135 100.0139	159.0562 160.0572	219.1473 220.1493	279.3051 280.3084
41 42	41.0009 42.0010	101.0143 102.0147	161.0583 162.0594	221.1513 222.1534	281.3117 282.3151
43 44	43.0011 44.0012	103.0152 104.0156	163.0605 164.0617	223.1555 224.1576	283.3185 284.3219
45 46	45.0012 46.0013	105.0161 106.0166	165.0628 166.0640	225.1597 226.1619	285.3253 286.3287
47 48	47.0014 48.0015	107.0170 108.0175	167.0651 168.0663	227.1640 228.1662	287.3322 288.3357
49 50	49.0016 50.0017	109.0180 110.0185	169.0675 170.0687	229.1684 230.1706	289.3392 290.3428
51 52	51.0018 52.0019	111.0190 112.0195	171.0699 172.0712	231.1729 232.1751	291.3463 292.3499
53 54	53.0020 54.0021	113.0200 114.0206	173.0724 174.0737	233.1774 234.1797	293.3535 294.3572
55 56	55.0023 56.0024	115.0212 116.0217	175.0750 176.0763	235.1820 236.1844	295.3609 296.3646
57 58	57.0025 58.0027	117.0223 118.0229	177.0775 178.0790	237.1868 238.1891	297.3686 298.3720
59 60	59.0028 60.0030	119.0235 120.0240	179.0803 180.0816	239.1915 240.1940	299.3758 300.3796

	5	6	7	8	9
1	301.3834	361.6625	422.0525	482.5722	543.2407
2	302.3872	362.6681	423.0600	483.5821	544.2532
3	303.3911	363.6736	424.0676	484.5920	545.2658
4	304.3950	364.6792	425.0752	485.6019	546.2784
5	305.3989	365.6849	426.0829	486.6119	547.2910
6	306.4029	366.6905	427.0906	487.6220	548.3037
7	307.4069	367.6962	428.0983	488.6320	549.3164
8	308.4109	368.7019	429.1061	489.6421	550.3292
9	309.4149	369.7077	430.1139	490.6523	551.3421
10	310.4189	370.7135	431.1217	491.6625	552.3550
11	311.4230	371.7193	432.1296	492.6728	553.3679
12	312.4271	372.7252	433.1375	493.6830	554.3809
13	313.4313	373.7310	434.1454	494.6934	555.3939
14	314.4354	374.7370	435.1534	495.7037	556.4070
15	315.4396	375.7429	436.1615	496.7142	557.4201
16	316.4438	376.7489	437.1695	497.7246	558.4333
17	317.4481	377.7549	438.1776	498.7351	559.4465
18	318.4523	378.7609	439.1857	499.7456	560.4598
19	319.4566	379.7670	440.1939	500.7562	561.4731
20	320.4609	380.7731	441.2021	501.7669	562.4865
21	321.4653	381.7793	442.2104	502.7775	563.4999
22	322.4697	382.7854	443.2187	503.7882	564.5134
23	323.4741	383.7916	444.2270	504.7990	565.5269
24	324.4785	384.7979	445.2353	505.8098	566.5404
25	325.4829	385.8042	446 2437	506.8207	567.5541
26	326.4874	386.8105	447.2522	507.8315	568.5677
27	327.4919	387.1681	448.2607	508.8425	569.5814
28	328.4965	388.8232	449.2692	509.8534	570.5952
29	329.5011	389.8294	450.2777	510.8644	571.6090
30	330.5057	390.8360	451.2863	511.8755	572.6228

	5	6	7	8	9
31 32	331.5103 332.5149	391.8425 392.8490	452.2949 453.3036	512.8866 513.8978	573.6386 574.6507
33 34	333.5196 334.5243	393.8555 394.8621	454.3123 455.3211	514.9090 515.9202	575.6647 576.6788
35 36	335.5291 336.5338	395.8687 396.8753	456.3298 457.3387	516.9315 517.9428	577.6929 578.7070
37 38	337.5386 338.5434	397.8820 398.8887	458.3475 459.3564	518.9542 519.9656	579.7212 580.7355
39 40	339.5483 340.5532	399.8954 400.9022	460.3654 461.3744	520.9771 521.9886	581.7498 582.7641
41 42	341.5581 342.5630	401.9090 402.9159	462.3834 463.3924	523.0001 524.0117	583.7785 584.7930
43 44	343.5680 344.5730	403.9227 404.9297	464.4015 465.4107	525.0234 526.0350	585.8075 586.8220
45 46	345.5780 346.5831	405.9366 406.9436	466.4198 467.4291	527.0468 528.0586	587.8366 588.8513
47 48	347.5882 348.5933	407.9506 408.9576	468.4383 469.4476	529.0704 530.0822	589.8660 590.8807
49 50	349.5984 350.6036	409.9647 410.9718	470.4570 471.4663	531.0942 532.1061	591.8956 592.9104
51 52	351.6088 352.6140	411.9790 412.9862	472.4758 473.4852	533.1181 534.1302	593.9253 594.9403
53 54	353.6193 354.6246	413.9934 415.0007	474.4947 475.5043	535.1423 536.1544	595.9553 596.9704
55 56	355.6299 356.6353	416.0080 417.0153	476.5138 477.5235	537.1666 538.1788	597.9855 599.0007
57 58	357.6407 358.6461	418.0227 419.0301	478.5331 479.5428	539.1911 540.2034	600.0159 601.0312
59 60	359.6515 360.6570	420.0375 421.0450	480.5526 481.5624	541.2158 542.2282	602.0465 603.0618

	10	11	12	13	14
1	604.0773	665.1016	726.3333	787.7929	849.5008
2	605.0927	666.1203	727.3557	788.8193	850.5315
3	606.1083	667.1392	728.3782	789.8457	851.5623
4	607.1239	668.1581	729.4007	790.8723	852.5981
5	608.1395	669.1770	730.4233	791.8988	853.6241
6	609.1552	670.1960	731.4470	792.9255	854.6550
7	610.1709	671.2151	732.4687	793.9522	855.6861
8	611.1867	672.2342	733.4915	794.9790	856.7172
9	612 2026	673.2534	734.5143	796.0058	857.7485
10	613.2185	674.2726	735.5372	797.0328	858.7797
11	614.2344	675.2919	736.5602	798.0598	859.8111
12	615.2504	676.3113	737.5832	799.0868	860.8426
13	616 2665	677.3307	738.6064	800.1140	861.8741
14	617.2826	678.3502	739.6295	801.1411	862.9057
15	618.2988	679.3697	740.6528	802.1655	863.9373
16	619.3150	680.3893	741.6761	803.1958	864.9691
17	620.3312	681.4089	742.6994	804.2232	866.0009
18	621.3476	682.4286	743.7228	805.2507	867.0328
19	622.3640	683.4484	744.7463	806.2783	868.0648
20	623.3804	684.4682	745.7699	807.3059	369.0968
21	624.3969	685.4881	746.7935	808.3336	870.1290
22	625.4134	686.5081	747.8172	809.3614	871.1612
23	626.4300	687.5281	748.8410	810.3892	872 1935
24	627.4467	688.5481	749.8648	811.4171	873.2258
25	628.4634	689.5683	750.8887	812.4451	874.2583
26	629.4801	690.5884	751.9126	813.4732	875.2908
27	630.4969	691.6087	752.9366	814.5013	876.3234
28	631.5138	692.6290	753.9607	815.5295	877.3560
29	632.5307	693.6494	754.9849	816.5578	378.3888
30	633 5477	694.6698	756.0091	817.5861	879.4216

	10	11	12	13	14
31	634.5647	695.6903	757.0334	818.6145	880.4545
32	635.5818	696.7108	758.0577	819.6430	881.4875
33	636.5989	697.7314	759.0821	820 6716	882.5205
34	637.6161	698.7521	760.1066	821.7002	883.5537
35	638.6334	699.7728	761.1311	822.7289	884.5869
36	639.6507	700.7936	762.1558	823.7577	885.6201
37	640.6681	701.8145	763.1804	824.7865	886.6535
38	641.6855	702.8354	764.2052	825.8155	887.6870
39	642.7029	703.8564	765.2300	826.8445	888.7205
40	643.7205	704.8774	766.2549	827.8735	889.7541
41	644.7381	705.8985	767.2798	828.9027	890.7878
42	645.7557	706.9196	768.3048	829.9319	891.8216
43	646.7734	707.9408	769.3299	830.9612	892.8554
44	647.7911	708.9620	770.3550	831.9905	893.8893
45	648.8089	709.9834	771.3804	833.0199	894.9233
46	649.8268	711.0048	772.4055	834.0494	895.9574
47	650.8447	712.0262	773.4309	835.0790	896.9915
48	651.8627	713.0478	774.4533	836.1087	898.0258
49	652.8807	714.0694	775.4818	837.1384	899.0601
50	653.8988	715.0910	776.5073	838.1682	900.0945
51	654.9170	716.1127	777.5330	839.1981	901.1290
52	655.9352	717.1345	778 5586	840 2280	902.1635
53	656.9534	718.1563	779.5844	841.2580	903.1981
54	657.9718	719.1782	780.6102	842.2881	904.2329
55	658.9901	720.2002	781.6361	843.3183	905.2677
56	660.0085	721.2222	782.6621	844 3485	906.3025
57	661.0270	722.2443	783.6881	845.3788	907.3375
58	662.0456	723.2665	784.7142	846.4092	908.3725
59	663.0642	724.2887	785.7404	847.1397	909.4076
60	664.0828	725.3110	786.7666	848.4702	910.4428

	15	16	17	18	19
1	911.4781	973.7461	1036.3266	1099.2422	1162.5158
2	912.5134	974.7864	1037.3724	1100.2938	1163.5735
3	913.5489	975.8269	1038.4183	1101.3454	1164.6313
4	914.5844	976.8675	1039.4642	1102.3972	1165.6893
5	915.6200	977.9081	1040.5103	1103.4491	1166.7373
6	916.6557	978.9489	1041.5565	1104.5010	1167.8055
7	917.6915	979.9897	1042.6027	1105.5531	1168.8637
8	918.7273	981.0306	1043.6491	1106.6052	1169.9221
9	919.7632	982.0716	1044.6955	1107.6575	1170.9806
10	920.7992	983.1126	1045.7420	1108.7099	1172.0392
11	921.8353	984.1539	1046 7887	1109.7623	1173.0979
12	922.8715	985.1951	1047.8354	1110.8149	1174.1567
13	923.9077	986.2365	1048.8822	1111.8676	1175.2156
14	924.9441	987.2779	1049.9291	1112.9203	1176.2746
15	925.9805	988.3194	1050.9761	1113.9732	1177.3337
16	927.0170	989.3610	1052.0232	1115.0261	1178.3929
17	928.0536	990.4027	1053.0704	1116.0792	1179.4522
18	929.0902	991.4445	1054.1177	1117.1324	1180.5117
19	930.1270	992.4864	1055.1651	1118.1856	1181.5712
20	931.1638	993.5284	1056.2126	1119.2390	1182.6309
21	932 2007	994.5704	1057.2601	1120.2925	1183.6906
22	933.2377	995.6126	1058.3078	1121.3460	1184.7505
23	934.2748	996.6548	1059.3556	1122.3997	1185 8105
24	935.3119	997.6971	1060.4034	1123.4535	1186.8706
25	936.3492	998.7395	1061.4514	1124.5074	1187.9308
26	237.3865	999.7820	1062.4994	1125.5614	1188.9911
27	938.4239	1000.8246	1063.5475	1126.6154	1190.0514
28	939.4614	1001.8673	1064.5958	1127.6696	1191.1120
29	940.4990	1002.9101	1065.6441	1128.7239	1192.1726
30	941.5366	1003.9529	1066.6926	1129.7783	1193.2336

	15	16	17	18	19
31	942.5744	1004.9959	1067.7441	1130.8328	1194.2942
32	943.6122	1006.0389	1068.7897	1131.8874	1195.3552
33	944.6501	1007.0820	1069.8385	1132.9421	1196.4163
34	945.6881	1008.1253	1070.8873	1133.9969	1197.4774
35	946.7262	1009.1685	1071.9362	1135.0518	1198.5387
36	947.7643	1010.2120	1072.9852	1136.1068	1199.6001
37	948.8026	1011.2555	1074.0343	1137.1619	1200.6616
38	949.8409	1012.2990	1075.0835	1138.2171	1201.7232
39	950.8793	1013 3427	1076.1328	1139.2724	1202.7850
40	951.9178	1014.3865	1077.1822	1140.3279	1203.8468
41	952.9564	1015.4303	1078.2317	1141.3834	1204.9087
42	953.9951	1016.4743	1079.2813	1142.4390	1205.9708
43	955.0338	1017.5183	1080.3310	1143.4947	1207.0330
44	956.0727	1018.5624	1081.3808	1144.5506	1208.0952
45	957.1116	1019.6067	1082.4307	1145.6065	1209.1576
46	958.1506	1020.6510	1083.4806	1146.6626	1210.2201
47	959.8197	1021.6954	1084.5307	1147.7187	1211.2828
48	960.2289	1022.7399	1085.5809	1148.7750	1212.3455
49	961.2682	1023.7844	1086.6312	1149.8313	1213.4083
50	962.3075	1024.8291	1087.6816	1150.8878	1214.4713
51	963.3469	1025.8739	1088.7321	1151.9443	1215.5343
52	964.3865	1026.9187	1089.7826	1153.0010	1216.5975
53	965.4261	1027.9637	1090.8333	1154.0578	1217.6607
54	966.4658	1029.0087	1091,8841	1155.1147	1218.7241
55	967.5056	1030.0539	1092.9349	1156.1717	1219.7877
56	968.5454	1031.0991	1093.9859	1157.2287	1220.8513
57	969.5854	1032.1444	1095.0370	1158.2859	1221.9150
58	970.6254	1033.1898	1096.0881	1159.3432	1222.9788
59	971.6655	1034.2353	1097.1394	1160.4007	1224.0428
60	972,7058	1035.2809	1098.1907	1161.4582	1225.1068

	20	21	22	23	24
1 2	1226.1710 1227.2353	1290.2321 1291.3034	1354.7240 1355.8027	1419.6726 1420.7591	1485.1044 1486.1991
3 4	1228.2997 1229.3642	1292.3748 1293.4463	1356.8815 1357.9604	1421.8457 1422.9325	1487.2941 1488.3891
5 6	1230.4288 1231.4936	1294.5179 1295.5896	1359.0394 1360.1186	1424.0194 1425.1064	1489.4843 1490.5797
7 8	1232.5584 1233.6234	1296.6615 1297.7335	1361.1979 1362.2773	1426.1936 1427.2809	1491.6752 1492.7708
9 10	1234.6885 1235.7537	1298.8056 1299.8778	1363.3569 1364.4366	1428.3683 1429.4559	1493.8666 1494.9625
11 12	1236.8190 1237.8844	1300.9502 1302.0226	1365.5164 1366.5963	1430.5435 1431.6314	1496.0585 1497.1548
13 14	1238.9500 1240.0156	1303.0952 1304.1679	1367.6764 1368.7566	1432.7194 1433.8075	1498.2511 1499.3476
15 16	1241.0814 1242.1473	1305.2408 1306.3137	1369.8369 1370.9173	1434.8958 1435.9842	1500.4443 1501.5410
17 18	1243.2133 1244.2794	1307.3868 1308.6000	1371 9979 1373.0786	1437.0726 1438.1613	1502.6379 1503.7350
19 20	1245.3456 1246.4119	1309.5333 1310.6067	1374.1595 1375.2404	1439.2501 1440.3391	1504.8322 1505.9295
21 22	1247.4784 1248.5449	1311.6803 1312.7540	1376.3215 1377.4027	1441.4281 1442.5173	1507.0270 1508.1247
23 24	1249.6116 1250.6784	1313.8278 1314.9017	1378.4841 1379.5656	1443.6067 1444.6962	1509.2225 1510.3204
25 26	1251.7453 1252 8124	1315.9758 1317.0499	1380.6472 1381.7290	1445.7858 1446.8755	1511.4185 1512.5167
27 28	1253.8795 1254.9468	1318.1242 1319.1986	1382.8108 1383.8928	1447.9654 1449.0554	1513.6151 1514.7136
29 30	1256.0142 1257.0817	1320.2732 1321.3478	1384.9750 1386.0572	1450.1456 1451.2359	1515.8122 1516.9110

	20	21	22	23	24
31 32	1258.1493 1259.2170	1322.4226 1323.4976	1387.1396 1388.2221	1452.3264 1453.4169	1518.0099 1519.1091
33 34	1260.2848 1261.3528	1324.5726 1325.6477	1389.3048 1390.3876	1454.5077 1455.5985	1520.2083 1521.3077
35 36	1262.4209 1263.4891	1326.7230 1327.7984	1391.4705 1392.5535	1456.6895 1457.7806	1522.4072 1523.5069
37 38	1264.5574 1265.6258	1328.8739 1329.9496	1393.6367 1394.7200	1458.8719 1459.9633	1524.6067 1525.7067
39 40	1266.6943 1267.7630	1331.0253 1332.1012	1395.8035 1366.8870	1461.0549 1462.1466	1526.8068 1527.9071
41 42	1268.8318 1269.9007	1333.1773 1334.2534	1397.9707 1399.0546	1463.2383 1464.3303	1529.0075 1530.1080
43 44	1270.9697 1272.0388	1335.3297 1336.4061	1400.1385 1401.2226	1465.4224 1466.5147	1531.2087 1532.3096
45 46	1273.1081 1274.1774	1337.4826 1338.5593	1402.3069 1403.3912	1467.6071 1468.6997	1533.4106 1534.5117
47 48	1275.2469 1276.3165	1339.6360 1340.7129	1404.4757 1405.5604	1469.7923 1470.8851	1535 6130 1536 7145
49 50	1277.3862 1278.4561	1341.7899 1342.8671	1406,6451 1407.7300	1471.9780 1473.0711	1537.8161 1538.9178
51 52	1279.5260 1280.5961	1343.9444 1345.0218	1408.8150 1409.9002	1474.1643 1475.2577	1540.0197 1541.1217
53 54	1281.6663 1282·7366	1346.0993 1347.1769	1410.9855 1412.0709	1476.3512 1477.4449	1542.2239 1543.3263
55 56	1283.8070 1284.8776	1348.2547 1349.3326	1413.1565 1414.2422	1478.5387 1479.6326	1544.4287 1545.5314
57 58	1285.9483 1287.0190	1350.4106 1351.4888	1415.3280 1416.4139	1480.7267 1481.8209	1546.6341 1547.7371
59 60	1288.0899 1289.1610	1352.5671 1353 6455	1417.5000 1418.5867	1482.9152 1484.0097	1548.8402 1549.9434

	25	26	27	28	29
1	1551.0468	1617.5283	1684.5785	1752.2279	1820.5082
2	1552.1503	1618.6411	1685.7010	1753.3606	1821.6518
3	1553.2540	1619.7540	1686.8237	1754.4935	1822.7955
4	1554.3578	1620.8671	1687.9465	1755.6266	1823.9394
5	1555.4618	1621.9803	1689.0695	[illegible]	1825.0835
6	1556.5659	1623.0937	1690.1926	[illegible]	1826.2278
7	1557.6702	1624.2073	1691.3160	1759.0270	1827.3722
8	1558.7746	1625.3210	1692.4395	1760.1608	1828.5169
9	1559.8792	1626.4348	1693.5631	1761.2947	1829.6617
10	1560.9839	1627.5489	1694.6869	1762.4289	1830.8067
11	1562.0888	1628.6631	1695.8109	1763.5632	1831.9591
12	1563.1938	1629.7774	1696.9351	1764.6977	1833.0973
13	1564.2990	1630.8919	1698.0594	1765.8324	1834.2429
14	1565.4044	1632.0066	1699.1839	1766.9673	1835.3887
15	1566.5099	1633.1214	1700.3086	1768.1023	1836.5346
16	1567.6155	1634.2364	1701.4334	1769.2375	1837.6808
17	1568.7213	1635.3515	1702.5585	1770.3729	1838.8271
18	1569.8272	1636.4668	1703.6836	1771.5085	1839.9736
19	1570.9333	1637.5823	1704.8098	1772.6442	1841.1203
20	1572.0396	1638.6979	1705.9345	1773.7802	1842.2672
21	1573.1460	1639.8137	1707.0602	1774.9163	1843.4142
22	1574.2525	1640.9297	1708.1860	1776.0525	1844.5615
23	1575.3592	1642.0458	1709.3120	1777.1890	1845.7090
24	1576.4661	1643.1620	1710.4382	1778.3256	1846.8566
25	1577.5731	1644.2785	1711.5646	1779.4625	1848.0044
26	1578.6803	1645.3951	1712.6911	1780.5995	1849.1524
27	1579.7876	1646.5118	1713.8178	1781.7366	1850.3006
28	1580.8950	1647.6287	1714.9447	1782.8740	1851.4490
29	1582.0027	1648.7458	1716.0717	1784.0115	1852.5976
30	1583.1104	1649.8631	1717.1989	1785.1492	1853.7464

	25	26	27	28	29
31	1584.2183	1650.9805	1718.3263	1786.2871	1854.8953
32	1585.3264	1652.0980	1719.4539	1787.4252	1856.0145
33	1586.4347	1653.2157	1720.5816	1788.5635	1857.1938
34	1587.5431	1654.3336	1721.7095	1789.7019	1858.3433
35	1588.6516	[illegible]5.4517	1722.8376	1790.8405	1859.4930
36	1589.7603	[illegible]5.5699	1723.9658	1791.9793	1860.6429
37	1590.8692	1657.6883	1725.0942	1793.1183	1861.7930
38	1591.9782	1658.8068	1726.2228	1794 2574	1862.9433
39	1593.0873	1659.9255	1727.3515	1795.3968	1864.0938
40	1594.1967	1661.0444	1728.4805	1796.5363	1865.2444
41	1595.3061	1662.1634	1729.6096	1797.6760	1866.3953
42	1596.4158	1663.2826	1730.7388	1798.8159	1867.5463
43	1597.5255	1664.4019	1731.8683	1799.9559	1868.6976
44	1598.6355	1665.5215	1732.9979	1801.0961	1869.8490
45	1599.7456	1666.6412	1734.1277	1802.2366	1871.0006
46	1600.8558	1667.7610	1735·2576	1803.3772	1872.1524
47	1601.9662	1668.8810	1736.3878	1804.5180	1873.3044
48	1603.0768	1670.0012	1737.5181	1805.6590	1874.4566
49	1604.1875	1671.1215	1738.6485	1806.8001	1875.6090
50	1605.2983	1672.2420	1739.7792	1807.9414	1876.7616
51	1606.4094	1673.3627	1740.9100	1809.0830	1877.9144
52	1607.5206	1674.4835	1742.0410	1810.2247	1879.0673
53	1608.6319	1675.6045	1743.1722	1811.3666	1880.2205
54	1609.7434	1676.7257	1744.3035	1812.5086	1881.3738
55	1610.8551	1677.8470	1745.4351	1813.6509	1882.5274
56	1611.9669	1678.9685	1746.5668	1814.7933	1883.6811
57	1613.0789	1680.0902	1747.6986	1815.9359	1884.8350
58	1614.1910	1681.2120	1748.8307	1817.0787	1885.9891
59	1615.3033	1682.3340	1749.9629	1818.2217	1887.1434
60	1616.4157	1683.4562	1751.0953	1819.3649	1888.2980

	30	31	32	33	34
1	1889.4527	1959.0956	2029.4732	2100.6227	2172.5836
2	1890.6075	1960.2625	2030.6526	2101.8153	2173.7901
3	1891.7626	1961.4295	2031.8322	2103.0081	2174.9968
4	1892.9179	1962.5968	2033.0120	2104.2011	2176.2037
5	1894.0734	1963.7642	2034.1920	2105.3944	2177.4109
6	1895.2291	1964.9319	2035.3723	2106.5880	2178.6183
7	1896.3850	1966.0997	2036.5527	2107.7816	2179.8260
8	1897.5410	1967.2678	2037.7334	2108.9756	2181.0338
9	1898.6973	1968.4361	2038.9143	2110.1697	2182.2420
10	1899.8537	1969.6045	2040.0954	2111.3641	2183.4503
11	1901.0104	1970.7732	2041.2768	2112.5587	2184.6589
12	1902.1672	1971.9421	2042.4583	2113.7536	2185.8677
13	1903.3243	1973.1112	2043.6401	2114.9487	2187.0768
14	1904.4815	1974.2805	2044.8221	2116.1440	2188.2861
15	1905.6389	1975.4500	2046.0042	2117.3395	2189.4956
16	1906.7966	1976.6197	2047.1867	2118.5353	2190.7054
17	1907.9544	1977.7896	2048 3693	2119.7312	2191.9154
18	1909.1124	1978.9597	2049.5521	2120.9275	2193.1257
19	1910.2706	1980.1301	2050.7352	2122.1239	2194.3362
20	1911.4290	1981.3006	2051.9185	2123.3206	2195.5470
21	1912.5876	1982.4714	2053.1020	2124.5175	2196.7580
22	1913.7465	1983.6423	2054.2857	2125.7147	2197.9692
23	1914.9055	1984.8135	2055.4697	2126.9121	2199.1807
24	1916.0647	1985.9848	2056.6538	2128.1111	2200.3924
25	1917.2241	1987.1564	2057.8382	2129.3075	2201.6043
26	1918 3837	1988.3281	2059.0228	2130.5055	2202.8165
27	1919.5435	1989.5002	2060.2076	2131.7038	2204.0290
28	1920.7035	1990.6724	2061.3426	2132.9023	2205.2417
29	1921.8637	1991.8448	2062.5779	2134.1011	2206.4546
30	1923.0240	1993.0174	2063.7633	2135.3000	2207.6677

	30	31	32	33	34
31	1924.1846	1994.1903	2064.9490	2136.4992	2208.8811
32	1925.3454	1995.3633	2066.1349	2137.6987	2210.0948
33	1926.5064	1996.5365	2067.3210	2138.8984	2211.3087
34	1927.6676	1997.7100	2068.5074	2140.0983	2212.5228
35	1928.8290	1998.8837	2069.6939	2141.2984	2213.7372
36	1929.9906	2000.0575	2070.8807	2142.4987	2214.9518
37	1931.1524	2001.2316	2072.0677	2143.6993	2216.1667
38	1932.3144	2002.4059	2073.2550	2144.9002	2217.3818
39	1933.4766	2003.5804	2074.4424	2146.1012	2218.5972
40	1934.6389	2004.7551	2075.6301	2147.3025	2219.8127
41	1935.8015	2005.9301	2076.8180	2148.5040	2221.0286
42	1936.9643	2007.1052	2078.0061	2149.7058	2222.2447
43	1938.1273	2008.2806	2079.1945	2150.9078	2223.4610
44	1939.2905	2009.4561	2080.3830	2152.1010	2224.6776
45	1940.4539	2010.6319	2081.5718	2153.3125	2225.8944
46	1941.6175	2011.8079	2082.7608	2154.5152	2227.1115
47	1942.7813	2012.9841	2083.9500	2155.7181	2228.3288
48	1943.9453	2014.1605	2085.1395	2156.9212	2229.5463
49	1945.1095	2015.3371	2086.3292	2158.1246	2230.7642
50	1946.2739	2016.5140	2087.5190	2159.3283	2231.9822
51	1947.4385	2017.6910	2088.7092	2160.5321	2233.2005
52	1948.6033	2018.8683	2089.8995	2161.7362	2234.4190
53	1949.7683	2020.0457	2091.0901	2162.9405	2235.6378
54	1950.9335	2021.2234	2092.2809	2164.1451	2236.8569
55	1952.0989	2022.4013	2093.4719	2165.3499	2238.0762
56	1953.2645	2023 5794	2094.6631	2166 5549	2239.2957
57	1954.4303	2024.7577	2095.8546	2167.7602	2240.5153
58	1955.5963	2025.9363	2097.0463	2168.9657	2241.7356
59	1956.7626	2027.1150	2098.2382	2170.1715	2242.9558
60	1957.9290	2028.2940	2099.4303	2171.3775	2244.1764

	35	36	37	38	39
1	2245.3971	2319.1062	2393.7564	2469.3953	2546.0731
2	2246.6182	2320.3425	2395.0089	2470.6646	2547.3602
3	2247.8394	2321.5792	2396.2616	2471.9342	2548.6475
4	2249.0609	2322.8160	2397.5145	2473.2041	2549.9352
5	2250.2827	2324.0531	2398.7677	2474.4743	2551.2232
6	2251.5046	2325.2905	2400.0213	2475.7448	2552.5115
7	2252.7270	2326.5281	2401.2750	2477.0155	2553.8001
8	2253.9495	2327.7660	2402.5291	2478.2865	2555.0889
9	2255.1723	2329.0043	2403.7834	2479.5578	2556.3781
10	2256.3953	2330.2426	2405.0381	2480.8295	2557.6676
11	2257.6186	2331.4813	2406.2930	2482.1014	2558.9574
12	2258.8421	2332.7203	2407.5481	2483.3736	2560.2475
13	2260.0659	2333.9595	2408.8036	2484.6461	2561.5380
14	2261.2899	2335.1990	2410.0593	2485.9189	2562.8287
15	2262.5142	2336.4387	2411.3153	2487.1920	2564.1197
16	2263.7387	2337.6787	2412.5716	2488.4653	2565.4110
17	2264.9635	2338.9190	2413.8281	2489.7390	2566.7027
18	2266.1885	2340.1596	2415.0849	2491.0129	2567.9946
19	2267.4138	2341.4004	2416.3420	2492.2872	2569.2869
20	2268.6393	2342.6414	2417.5994	2493.5617	2570.5795
21	2269.8651	2343.8828	2418.8571	2494.8366	2571.8723
22	2271.0912	2345.1244	2420.1150	2496.1117	2573 1655
23	2272.3175	2346.3662	2421.3732	2497.3871	2574.4590
24	2273.5440	2347.6084	2422.6318	2498.6628	2575.7528
25	2274.7708	2348.8508	2423.8906	2499.9388	2577.0469
26	2275.9979	2350.0934	2425 1497	2501.2151	2578.3413
27	2277.2252	2351.3364	2426.4060	2502.4917	2579.6360
28	2278.4527	2352.5796	2427.6687	2503.7686	2580.9311
29	2279.6806	2353 8230	2428.9286	2504.0458	2582.2264
30	2280.9086	2355.0668	2430.1888	2506.3233	2583.5221

	35	36	37	38	39
31 32	2282.1370 2283.3655	2356.3108 2357.5550	2431.4492 2432.7100	2507.6011 2508.8792	2584.8180 2586.1143
33 34	2284.5944 2285.8235	2358.7996 2360.0444	2433.9710 2435.2323	2510.1575 2511.4362	2587.4409 2588.7078
35 36	2287.0528 2288.2824	2361.2895 2362.5348	2436.4939 2437.7558	2512.7152 2513.9944	2590.0050 2591.3025
37 38	2289.5123 2290.7424	2363.7804 2365.0263	2439.0180 2440.2804	2515.2740 2516.5538	2592.6004 2593.8985
39 40	2291.9728 2293.2034	2366.2725 2367.5189	2441.5432 2442.8062	2517.8340 2519.1144	2595.1970 2596.4958
41 42	2294.4343 2295.6654	2368.7656 2370.0125	2444.0694 2445.3331	2520.3952 2521.6762	2597.7948 2599.0943
43 44	2296.8968 2298.1285	2371.2598 2372.5078	2446.5969 2447.8611	2522.9576 2524.2392	2600.3940 2601.6940
45 46	2299.3604 2300.5926	2373.7550 2375.0031	2449.1255 2450.3902	2525.5212 2526.8034	2602.9943 2604.2950
47 48	2301.8249 2303.0577	2376.2514 2377.5000	2451.6552 2452.9205	2528.0859 2529.3688	2605.5960 2606.8973
49 50	2304.2906 2305.5238	2378.7488 2379.9980	2454.1861 2455.4519	2530.6519 2531.9354	2608.1989 2609.5008
51 52	2306.7573 2307.9910	2381.2474 2382.4970	2456.7181 2457.9845	2533.2191 2534.5031	2610.8030 2612.1056
53 54	2309.2250 2310.4592	2383.7470 2384.9972	2459.2512 2460.5182	2535.7875 2537.0722	2613.4084 2614.7116
55 56	2311.6937 2312.9285	2386.2477 2387.4985	2461.7855 2463.0531	2538.3571 2539.6423	2616.0151 2617.3189
57 58	2314.1635 2315.3988	2388.7495 2390.0008	2464.3210 2465.5891	2540.9279 2542.2137	2618.6231 2619.9275
59 60	2316.6344 2317.8702	2391.2524 2392.5043	2466.8576 2468.1263	2543.4999 2544.7864	2621.2323 2622.5374

	40	41	42	43	44
1 2	2623.8428 2625.1485	2702.7603 2704.0856	2782.8847 2784.2307	2864.2789 2865.6466	2947.0091 2948.3997
3 4	2626.4546 2627.7609	2705.4113 2706.7373	2785.5771 2786.9238	2867.0146 2868.3831	2949.7906 2951.1820
5 6	2629.0676 2630.3746	2708.0637 2709.3904	2788.2708 2789.6182	2869.7519 2871.1211	2952.5737 2953.9658
7 8	2631.6819 2632.9896	2710.7174 2712.0448	2790.9660 2792.3141	2872 4906 2873.8606	2955.3583 2956.7512
9 10	2634 2976 2635.6058	2713.3725 2714.7005	2793.6625 2795.0113	2875.2309 2876.6015	2958.1445 2959.5383
11 12	2636.9145 2638.2234	2716.0289 2717.3576	2796.3605 2797.7100	2877.9726 2879.3440	2960.9323 2962.3268
13 14	2639.5326 2640.8422	2718.6867 2720.0161	2799.0599 2800.4102	2880.7158 2882.0880	2963.7217 2965.1169
15 16	2642.1521 2643.4623	2721.3458 2722.6759	2801.7608 2803.1117	2883.4606 2884.8335	2966.5126 2967.9087
17 18	2644.7729 2646.0837	2724.0063 2725.3370	2804.4630 2805.8147	2886.2068 2887.5805	2969.3051 2970.7020
19 20	2647.3949 2648.7064	2726.6681 2727.9995	2807.1667 2808.5191	2888.9545 2890.3289	2972.0992 2973.4969
21 22	2650 0182 2651.3304	2729.3313 2730.6634	2809.8718 2811.2249	2891.7038 2893.8304	2974.8949 2976.2933
23 24	2652.6429 2653.9557	2731.9959 2733.3287	2812.5784 2813.9322	2894.4545 2895.8304	2977 6922 2979.0914
25 26	2655.2688 2656.5823	2734.6618 2735.9953	2815.2864 2816.6409	2897.2068 2898.5835	2980.4910 2981.8911
27 28	2657.8960 2659.2102	2737.3291 2738.6632	2817.9958 2819.3511	2899.9605 2901.3380	2983.2915 2984.6923
29 30	2660.5246 2661 8394	2739.9977 2741.3326	2820.7067 2822.0627	2902.7158 2904.0941	2986.0936 2987.4952

	40	41	42	43	44
31	2663.1544	2742.6678	2823.4190	2905.4727	2988 8972
32	2664.4699	2744.0033	2824.7757	2906.8516	2990 2997
33	2665.7856	2745.3392	2826 1328	2908.2310	2991.7025
34	2667.1017	2746.6754	2827.4902	2909.6107	2993.1057
35	2668.4181	2748.0120	2828.8480	2910.9909	2994.5094
36	2669.7348	2749.3489	2830.2062	2912.3714	2995.9134
37	2671.0518	2750.6862	2831.5647	2913.7523	2997.3179
38	2672.3692	2752.0238	2832.9236	2915.1335	2998.7227
39	2673.6869	2753.3617	2834.2828	2916.5152	3000.1279
40	2675.0050	2754.7000	2835.6124	2917.8972	3001.5336
41	2676.3233	2756.0387	2837.0024	2919.2796	3002.9397
42	2677.6420	2757.3777	2838.3627	2920.6624	3004.3461
43	2678.9611	2758.7170	2839.7234	2922.0456	3005.7530
44	2680.2804	2760.0567	2841.0845	2923.4292	3007 1603
45	2681.6001	2761.3967	2842.4459	2924.8132	3008.5679
46	2682.9201	2762.7371	2843.8077	2926.1975	3009.9760
47	2684.2405	2764.0778	2845.1699	2927.5822	3011.3845
48	2685.5612	2765.4189	2846.5324	2928.9673	3012.7934
49	2686.8822	2766.7603	2847.8953	2930.3529	3014.2027
50	2688.2035	2768.1021	2849.2587	2931.7387	3015.6124
51	2689.5252	2769.4442	2850.6222	2933.1250	3017.0225
52	2690.8472	2770.7867	2851.9862	2934.5117	3018.4331
53	2692.1695	2772.1295	2853.3506	2935.8987	3019 8440
54	2693.4922	2773.4727	2854.7153	2937.2862	3021.2553
55	2694.8152	2774.8162	2856.0804	2938.6740	3022.6671
56	2696.1386	2776.1601	2857.4459	2940.0622	3024.0792
57	2697.4622	2777.5043	2858.8118	2941.4508	3025.4918
58	2698.7862	2778.8489	2860.1780	2942.8398	3026.9048
59	2700.1106	2780.1938	2861.5446	2944.2292	3028.3182
60	2701.4353	2781.5391	2862.9115	2945.6190	3029.7320

	45	46	47	48	49
1	3031.1462	3116.7653	3203.9466	3292.7757	3383.3443
2	3032.5608	3118.2053	3205.4133	3294.2707	3384.8691
3	3033.9759	3119.6457	3206.8805	3295.7661	3386.3944
4	3035.3913	3121.0866	3208.3482	3297.2621	3387.9202
5	3036.8072	3122.5279	3209.8163	3298.7585	3389.4165
6	3038.2235	3123.9656	3211.2849	3300.2554	3390.9733
7	3039.6401	3125.4118	3212.7539	3301.7528	3392.5006
8	3041.0572	3126.8544	3214.2234	3303.2506	3394.0284
9	3042.4748	3128.2974	3215.6933	3304.7490	3395.5568
10	3043.8927	3129.7409	3217.1638	3306.2478	3397.0856
11	3045.3110	3131.1848	3218.6346	3307.7471	3398.6150
12	3046.7298	3132.6291	3220.1060	3309.2470	3400.1449
13	3048.1490	3134.0739	3221.5778	3310.7473	3401.6753
14	3049.5686	3135.5192	3223.0500	3312.9480	3403.2062
15	3050.9886	3136.9648	3224.5228	3313.7493	3404.7377
16	3052.4090	3138.4109	3225.9959	3315.2511	3406.2696
17	3053.8298	3139.8575	3227.4696	3316.7534	3407.8021
18	3055.2511	3141.3045	3228.9437	3318.2561	3409.3351
19	3056.6728	3142.7519	3230.4183	3319.7593	3410.8686
20	3058.0949	3144.1997	3231.8933	3321.2631	3412.4027
21	3059.5174	3145.6481	3233.3688	3322.7673	3413.9372
22	3060.9403	3147.0968	3234.8448	3324.2720	3415.4723
23	3062.3637	3148.5460	3236.3213	3325.7772	3417.0079
24	3063.7874	3149.9956	3237.7982	3327.2829	3418.5440
25	3065.2116	3151.4457	3239.2755	3328.7891	3420.0806
26	3066.6362	3152.8962	3240.7534	3330.2958	3421.6178
27	3068.0613	3154.3472	3242.2317	3331.8030	3423.1554
28	3069.4867	3155.7986	3243.7105	3333.3106	3424.6936
29	3070.9126	3157.2504	3245.1807	3334.8188	3426.2324
30	3072.3389	3158.7027	3246.6694	3336.3275	3427.7716

	45	46	47	48	49
31	3073.7656	3160.1555	3248.1496	3337.8366	3429.3114
32	3075.1928	3161.6087	3249.6303	3339.3463	3430.8517
33	3076.6203	3163.0623	3251.1115	3340.5864	3432.3924
34	3078.0483	3164.5164	3252.5930	3342.3671	3433.9338
35	3079.4767	3165.9709	3254.0751	3343.8782	3435.4757
36	3080.9056	3167.4259	3255.5576	3345.3899	3437.0181
37	3082.3348	3168.8813	3257.0406	3346.9021	3438.5610
38	3083.7645	3170.3371	3258.5241	3348.4147	3440.1045
39	3085.1946	3171.7935	3260.0081	3349.9278	3441.6484
40	3086.6251	3173.2502	3261.4925	3351.4415	3443.1930
41	3088.0561	3174.7074	3262.9774	3352.9556	3444.7380
42	3089.4875	3176.1651	3264.4628	3354.4703	3446.2846
43	3090.9193	3177.6232	3265.9486	3355.9854	3447.8297
44	3092.3515	3179.0818	3267.4350	3357.5011	3449.3763
45	3093.7842	3180.5408	3268.9218	3359.0172	3450.9234
46	3095.2173	3182.0002	3270.4091	3360.5339	3452.4711
47	3096·6508	3183.4602	3271.8968	3362.0510	3454.0194
48	3098.0848	3184.9205	3273.3851	3363.5687	3455.5681
49	3099.5192	3186.3813	3274.8738	3365.0869	3457.1174
50	3100.9540	3187.8426	3276.3630	3366.6055	3458.6672
51	3102.3892	3189.3043	3277.8526	3368.1247	3460.2175
52	3103.8248	3190.7665	3279.3428	3369.6444	3461.7685
53	3105.2609	3192.2292	3280.8334	3371.1646	3463.3199
54	3106.6975	3193.6992	3282.3245	3372.6853	3464.8719
55	3108.1345	3195.1558	3283.8161	3374.2065	3466.4244
56	3109.5719	3196.6198	3285.3082	3375.7282	3467.9774
57	3111.0097	3198.0842	3286 8007	3377.2504	3469.5310
58	3112.4479	3199.5491	3288.2938	3378 7731	3471.0851
59	3113.8866	3201.0145	3289.7873	3380.2964	3472.6397
60	3115.3257	3202.4803	3291.2813	3381.8201	3474.1919

	50	51	52	53	54
1	3475.7506	3570.1000	3666.5060	3765.0910	3865.9871
2	3477.3069	3571.6896	3668.1309	3766.7533	3867.6891
3	3478.8637	3573.2798	3669.7564	3768.4162	3869.3918
4	3480.4210	3574.8705	3671.3825	3770.0798	3871.0951
5	3481.9789	3576.4618	3673.0091	3771.7440	3872.7992
6	3483.5373	3578.0537	3674.6364	3773.4088	3874.5039
7	3485.0963	3579.6461	3676.2614	3775.0743	3876.2093
8	3486.6558	3581.2391	3677.8929	3776.7405	3877.9154
9	3488.2158	3582.8328	3679.5220	3778.4073	3879.6221
10	3489.7765	3584.4269	3681.1517	3780.0747	3881.3296
11	3491.3376	3586.0217	3682.7821	3781.7428	3883.0378
12	3492.8993	3587.6170	3684.4130	3783.4115	3884.7466
13	3494.4615	3589.2129	3686.0446	3785.0809	3886.4561
14	3496.0243	3590.8094	3687.6768	3786.7509	3888.1663
15	3497.5876	3592.4064	3689.3096	3788.3216	3889.8772
16	3499.1515	3594.0041	3690.9430	3790.0929	3891.5888
17	3500.7159	3595.6023	3692.5770	3791.7649	3893.3011
18	3502.2809	3597.2011	3694.2116	3793.4376	3895.0141
19	3503.8464	3598.8005	3695.8469	3795.1109	3896.7278
20	3505.4125	3600.4004	3697.4828	3796.7848	3898.4422
21	3506.9791	3602.0010	3699.1192	3798.4594	3900.1572
22	3508.5463	3603.6021	3700.7563	3800.1346	3901.8730
23	3510.1140	3605.2038	3702.3941	3801.8106	3903.5894
24	3511.6822	3606.8061	3704.0324	3803.4871	3905.3066
25	3513.2510	3608.4090	3705.6713	3805.1643	3907.0244
26	3514.8204	3610.0124	3707.3109	3806.8422	3908.7430
27	3516.3903	3611.6165	3708.9511	3808.5207	3910.4622
28	3517.9608	3613.2211	3710.5919	3810.1999	3912.1822
29	3519.5318	3614.8263	3712.2334	3811.8798	3913.9028
30	3521.1034	3616.4321	3713.8755	3813.5603	3915.6242

	50	51	52	53	54
31	3522.6755	3618.0385	3715.5181	3815.2415	3917.3462
32	3524.2482	3619.6455	3717.1614	3816.9233	3919.0690
33	3525.8215	3621.2530	3718.8053	3818.6058	3920 7924
34	3527.3953	3622.8612	3720.4499	3820.2890	3922.5166
35	3528.9696	3624.4699	3722.0951	3821.9728	3924.2415
36	3530.5445	3626 0793	3723.7409	3823.6573	3925.9670
37	3532 1200	3627.6892	3725.3873	3825.3424	3927.6933
78	3533.6960	3629.2997	3727.0343	3827.0282	3929.4203
39	3535.2726	3630.9108	3728.6820	3828.7147	3931.1480
40	3536.8498	3632.5225	3730.3303	3830.4019	3932.8764
41	3538.4275	3634.1348	3731.9792	3832.0897	3934.6055
42	3540.0058	3635.7477	3733.6288	3833.7782	3936.3353
43	3541.5846	3637.3612	3735.2790	3835.4672	3938.0658
44	3543.1640	3638.9752	3736.9299	3837.1571	3939.7971
45	3544.7439	3640.5899	3738.5813	3838.8476	3941.5290
46	3546.3244	3642.2052	3740.2334	3840.5388	3943.2617
47	3547.9055	3643.8210	3741.8861	3842.2306	3944.9951
48	3549.4872	3645.4375	3743.5395	3843.9231	3946.7292
49	3551.0694	3647.0545	3745 1935	3845.6163	3948.4640
50	3552.6521	3648.6722	3746.8481	3847.3102	3950.1995
51	3554.2355	3650.2904	3748.5034	3849.0047	3951.9357
52	3555.8194	3651.9093	3750.1592	3850.6999	3953.6727
53	3557.4038	3653.5287	3751.8158	3852.3958	3955.4104
54	3558.9889	3655.1488	3753.4729	3854.0923	3957.1488
55	3560.5745	3656.7694	3755.1307	3855.7895	3958.8879
56	3562.1606	3658.3907	3756.7892	3857.4874	3960.6277
57	3563.7474	3660.0126	3758.4483	3859 1860	3962·3683
58	3565.3347	3661.6350	3760.1080	3860.8853	3964.1096
59	3566.9226	3663.2581	3761.7683	3862.5852	3965.8516
60	3568.5110	3664.8817	3763.4293	3864.2858	3967.5943

	55	56	57	58	59
1	3969.3377	4075.2982	4184.0379	4295.7413	4410.6107
2	3971.0819	4077.0873	4185.8748	4297.6293	4412.5532
3	3972.8268	4078.8771	4187.7125	4299.5181	4414.4967
4	3974.5724	4080.6677	4189.5511	4301.4078	4416.4411
5	3976.3188	4082.4591	4191.3901	4303.2984	4418.3865
6	3978.0659	4084.2513	4193.2306	4305.1900	4420.3328
7	3979.8137	4086.0442	4195.0717	4307.0823	4422.2801
8	3981.5622	4087.8379	4196.9135	4308.9755	4424.2283
9	3983.3115	4089.6324	4198.7562	4310.8697	4426.1774
10	3985.0615	4091.4277	4200.5997	4312.7647	4428.1276
11	3986.8122	4093.2237	4202.4441	4314.6606	4330.0786
12	3988.5636	4095.0205	4204.2893	4316.5574	4432.0306
13	3990.3158	4096.8181	4206.1353	4318.4551	4433.9836
14	3992.0688	4098.6165	4207.9821	4320.3537	4435.9375
15	3993.8224	4100.4157	4209.8298	4322.2532	4437.8924
16	3995.5768	4102.2157	4211.6783	4324.1536	4439.8482
17	3997.3320	4104.0164	4213.5276	4326.0548	4441.8060
18	3999.0878	4105.8179	4215.3778	4327.9570	4442.7627
19	4000.8444	4107.6202	4217.2289	4329.8600	4445.7214
20	4002 6018	4109.4233	4219.0807	4331.7640	4447.6811
21	4004.3599	4111.2272	4220.9334	4333.6688	4449.6417
22	4006.1187	4113.0319	4222.7870	4335.5746	4451.6033
23	4007.8783	4114.8373	4224.6414	4337.4812	4453.5658
24	4009.6386	4116.6436	4226.4966	4339.3887	4455.5293
25	4011.3996	4118.4506	4228.3527	4341.2972	4457.4938
26	4013.1614	4120.2584	4230.2096	4343.2066	4459.4593
27	4014.9239	4122.0671	4232.0674	4345.1168	4461.4257
28	4016.6872	4123.8765	4233.9260	4347.0280	4463.3930
29	4018.4512	4125.6867	4235.7855	4348.9400	4465.3614
30	4020.2160	4127.4977	4237.6458	4350.8530	4467.3307

	55	56	57	58	59
31 32	4021.9815 4023.7478	4129.3095 4131.1221	4239 5069 4241.3689	4352.7669 4354.6817	4469.3010 4471.2723
33 34	4025.5148 4027.2825	4132.9355 4134.7497	4243.2318 4245.0955	4356.5974 4358.5140	4473.2445 4475.2177
35 36	4029.0512 4030.8203	4136.5647 4138.3805	4246.9601 4248.8255	4360.4315 4362.3500	4477.1919 4479.1671
37 38	4032.5903 4034.3611	4140.1970 4142.0145	4250.6918 4252.5589	4364.2693 4366.1896	4481.1433 4483.1205
39 40	4036.1326 4037.9049	4143.8327 4145.6517	4254.4269 4256.2957	4368.1107 4370.0328	4485.0985 4487.0776
41 42	4039.6779 4041.4517	4147.4715 4149.2921	4258.1654 4260.0360	4371.9559 4373.8798	4489.0577 4491.0387
43 44	4043.2263 4045.0016	4151.1135 4152.9357	4261.9074 4263.7797	4375.8047 4377.7304	4493.0208 4495.0038
45 46	4046.7776 4048.5544	4154.7588 4156.5826	4265.6529 4267.5269	4379.6571 4381.5848	4496.9879 4498.9729
47 48	4050.3320 4052.1104	4158.4073 4160.2327	4269.4017 4271.2775	4383.5133 4385.4428	4500.9589 4502.9459
49 50	4053.8894 4055.6693	4162.0590 4163.8861	4273.1541 4275.0316	4387.3732 4389.3045	4504.9339 4506.9230
51 52	4057.4499 4059.2313	4165.7140 4167.5427	4276.9099 4278.7891	4391.2368 4393.1699	4508.9130 4510.9039
53 54	4061.0134 4062.7964	4169.3722 4171.2026	4280.6692 4282.5502	4395.1041 4397.0391	4512.8959 4514.8889
55 56	4064.5800 4066.3645	4173.0337 4174.8657	4284.4320 4286.3147	4398.9751 4400.9120	4516.8829 4518.8778
57 58	4068.1497 4069.9357	4176.6995 4178.5321	4288.1983 4290.0827	4402.8499 4404.7887	4520.8738 4522.8708
59 60	4071.7224 4073.5099	4180.3666 4182.2018	4291.9680 4293.8542	4406.7284 4408.6690	4524.8688 4526.8678

	60	61	62	63	64
1	4528.8677	4650.7566	4776.5470	4906.5380	5041.0622
2	4530.8687	4652.8203	4778.6782	4908.7419	5043.3447
3	4532.8707	4654.8851	4780.8106	4910.9471	5045.6286
4	4534.8737	4656.9511	4782.9442	4913.2536	5047.9139
5	4536.8778	4659.0181	4785.0789	4915.3613	5050.2005
6	4538.8828	4661.0862	4787.2148	4917.5703	5052.4885
7	4540.8889	4663.1552	4789.3519	4919.7806	5054.7779
8	4542.8960	4665.2256	4791.4901	4921.9921	5057.0686
9	4544.9041	4667.2970	4793.6295	4924.2019	5059.3607
10	4546.1320	4669.3694	4795.7701	4926.4190	5061.6542
11	4548.2334	4671.4430	4797.9119	4928.6344	5063.9491
12	4550.9345	4673.5176	4800.0549	4930.8510	5066.2453
13	4552.9467	4675.5934	4802.1990	4933.0689	5068.5430
14	4554.9599	4677.6703	4804.3143	4935.2880	5070.8420
15	4556.9741	4679.7482	4806.4909	4937.5085	5073 1424
16	4558.9893	4681.8272	4808.6386	4939.7302	5075.4441
17	4561.0056	4683.9074	4810.7875	4941.9532	5077.7473
18	4563.0229	4685.9887	4812.9375	4944.1776	5080.0519
19	4565.0413	4688.0710	4815.0888	4946.4032	5082.3578
20	4567.0606	4690.1545	4817.2413	4948.6300	5084.6652
21	4569.0810	4692.2391	4819.3949	4950.8582	5086.9739
22	4571.1024	4694.3248	4821.5498	4953.0877	5089.2841
23	4573.1249	4696.4116	4823.7058	4955.3184	5091.5956
24	4575.1484	4698.4995	4825.8631	4957.5505	5093.9086
25	4577.1729	4700.5885	4828.0215	4959.7838	5096.2230
26	4579.1985	4702.6786	4830.1811	4962.0184	5098.5387
27	4581.2251	4704.7699	4832.3420	4964.2544	5100.8559
28	4583.2527	4706.8623	4834.5041	4966.4916	5103.1745
29	4585.2814	4708.9558	4836.6673	4968.7302	5105.4945
30	4587.3111	4711.0504	4838.8318	4970.9700	5107.8159

	60	61	62	63	64
31 32	4589.3419 4591.3737	4713.1461 4715.2430	4840.9975 4843.1613	4973.2111 4975.4539	5110.1387 5112.4629
33 34	4593.4066 4595.4405	4717.3410 4719.4401	4845.3324 4847.5017	4977.6974 4979.9425	5114.7886 5117.1157
35 36	4597.4755 4599.5115	4721.5403 4723.6417	4849.6723 4851.8441	4982.1889 4984.4366	5119.4441 5121.7741
37 38	4601.5485 4603.5866	4725.7442 4727.8478	4854.0170 4856.1912	4986.6857 4988.9360	5124.1054 5126.4382
39 40	4605.6258 4607.6660	4729.9526 4732.0585	4858.3666 4860.5433	4991.1877 4993.4407	5128.7724 5131.1081
41 42	4609.7073 4611.7496	4734.1655 4736.2737	4862.7211 4864.9002	4995.6950 4997.9507	5133.4452 5135.7837
43 44	4613.7930 4615.8375	4738.3830 4740.4935	4867.0805 4869.2621	5000.2076 5002.4659	5138.1237 5140.4650
45 46	4617.8830 4619.9296	4742.6051 4744.7178	4871.4448 4873.6288	5004.7256 5006.9866	5142.8079 5145.1522
47 48	4621.9772 4624.0259	4746.8317 4748.9467	4875.8141 4878.0006	5009.2488 5011.5125	5147.4979 5149.8451
49 50	4626.0757 4628.1265	4751.0629 4753.1802	4880.1883 4882.3772	5013.7775 5016.0438	5152.1937 5154.5438
51 52	4630.1784 4632.2314	4755.2987 4757.4183	4884.5674 4886.7589	5018.3114 5020.5804	5156.8954 5159.2484
53 54	4634.2855 4636.3406	4759.5391 4761.6610	4888.9515 4891.1455	5022.8508 5025.1225	5161.6028 5163.9587
55 56	4638.3968 4640.4540	4763.7841 4765.9084	4893.3406 4895.5371	5027.3955 5029.6699	5166.3161 5168.6750
57 58	4642.5124 4644.5718	4768.0338 4770.1603	4897.7347 4899.9336	5031.9456 5034.2227	5171.0353 5173.3971
59 60	4646.6323 4648.6939	4772.2881 4774.4169	4902.1338 4909.3353	5036.5012 5038.7810	5175.7603 5178.1250

	65	66	67	68	69
1	5180.4913	5325.2422	5475.7853	5632.6531	5796.4527
2	5182.8589	5327.7024	5478.3464	5635.3245	5799.2453
3	5185.2281	5330.1643	5480.9092	5637.9978	5802.0399
4	5187.5987	5332.6277	5483.4738	5640.6730	5804.8367
5	5189.9708	5335.0927	5486.0401	5643.3502	5807·6356
6	5192.3444	5337.5594	5488 6082	5646.0293	5810.4367
7	5194.7196	5340.0276	5491.1781	5648.7104	5813.2399
8	5197.0961	5342.4975	5493.7497	5651.3934	5816.0452
9	5199.4742	5344.9690	5496.3231	5654.0783	5818.8526
10	5201.8538	5347.4422	5498.8983	5656.7652	5821.6622
11	5204.2348	5349.9170	5501.4753	5659.4540	5824.4740
12	5206.6174	5352.3934	5504.0541	5662.1448	5827.2879
13	5209.0015	5354.8714	5506.6346	5664.8376	5830.1039
14	5211.3870	5357.3511	5509.2169	5667.5323	5832.9221
15	5213.7741	5359.8314	5511.8011	5670.2290	5835.7425
16	5216.1627	5362.3153	5514.3870	5672.9276	5838.5651
17	5218.5528	5364.7999	5516.9747	5675.6282	5841.3898
18	5220.9443	5367.2862	5519.5642	5678.3308	5844.2166
19	5223.3375	5369.7741	5522.1555	5681.0353	5847.0457
20	5225.7321	5372.2636	5524.7486	5683.7419	5849.8769
21	5228.1282	5374.7548	5527.3435	5686.4504	5852.7104
22	5230.5259	5377.2476	5529.9402	5689.1609	5855.5460
23	5232.9250	5379.7421	5532.5388	5691.8734	5858.3838
24	5235.3257	5382.2383	5535.1391	5694.5878	5861.2237
25	5237.7280	5384.7361	5537.7413	5697.3043	5864.0659
26	5240.1317	5387.2356	5540.3453	5700.0228	5866.9103
27	5242.5370	5389.7367	5542.9511	5702.7433	5869.7569
28	5244 9438	5392.2396	5545.5587	5705.4657	5872.6057
29	5247.3522	5394.7441	5548.1682	5708.1902	5875.4567
30	5249.7620	5397.2502	5550.7795	5710.9167	5878.3100

	65	66	67	68	69
31	5252.1735	5399.7581	5553.3926	5713.6453	5881.1654
32	5254.5864	5402.2676	5556.0075	5716.3758	5884.0231
33	5257.0009	5404.7788	5558.6243	5719.1083	5886.8830
34	5259.6170	5407.2917	5561.2430	5721.8429	5889.7451
35	5261.8346	5409.8062	5563.8635	5724.5795	5892.6095
36	5264.2537	5412.3225	5566.4858	5727.3181	5895.4761
37	5266.6744	5414.8405	5569.1100	5730.0587	5898.3449
38	5269.0967	5417.3061	5571.7360	5732.8014	5901.2160
39	5271.5205	5419.8815	5574.3639	5735.5462	5904.0894
40	5273.9458	5422.4045	5576.9937	5738.2929	5906.9650
41	5276.3728	5424.9292	5579.6253	5741.0417	5909.8428
42	5278.8012	5427.4557	5582.2588	5743.7926	5912.7229
43	5281.2313	5429.9838	5584.8941	5746.5455	5915.6053
44	5283.6629	5432.5137	5587.5314	5749 3005	5918.4900
45	5286.0961	5435.0453	5590.1705	5752.0576	5921.3769
46	5288.5308	5437.5786	5592.8114	5754.8166	5924.2661
47	5290.9672	5440.1136	5595.4543	5757.5778	5927.1576
48	5293.4051	5442.6503	5598.0990	5760.3410	5930.0513
49	5295.8446	5445.1887	5600 7456	5763.1063	5932.9474
50	5298.2856	5447.7289	5603.3941	5765.8737	5935.8457
51	5300.7283	5450.2708	5606.0445	5768.6431	5938.7463
52	5303.1725	5452.8144	5608.6968	5771.4147	5941.6493
53	5305.6183	5455.3598	5611.3510	5774.1883	5944.5545
54	5308.0657	5457.9069	5614.0071	5776.9640	5947.4621
55	5310.5147	5460.4557	5616.6651	5779.7418	5950.3719
56	5312.9653	5463.0063	5619.9325	5782.5217	5953.2841
57	5315 4175	5465.5586	5621.9868	5785.3037	5956.1986
58	5317.8713	5468.1126	5624.6505	5788.0878	5959.1154
59	5320.3267	5470.6684	5627.3161	5790.8740	5962.0345
60	5322.7837	5473.2260	5629.9837	5793.6623	5964.9560

CANONES
LOXODROMICI
πρόχειροι.

$\frac{1}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica	Scrupula.	Milliaria loxodrom	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	15.0180	7.3690	1	2503	1228	31	7.7593	3807
2	30.0362	14.7380	2	5006	2456	32	8.0096	3930
3	45.0543	22.1070	3	7509	3684	33	8.2599	4052
4	60.0724	29.4760	4	1.0012	4912	34	8.5102	4175
5	75.0905	36.8451	5	1.2515	6140	35	8.7605	4298
6	90.1085	44.2141	6	1.5018	7369	36	9.0108	4421
7	105.1266	51.5831	7	1.7521	8597	37	9.2611	4544
8	120.1447	58.9521	8	2.0024	9825	38	9.5114	4666
9	135.1628	66.3211	9	2.2527	1105	39	9.7617	4789
10	150.1809	73.6902	10	2.5030	1228	40	10.0120	4912
20	300.3618	147.3804	11	2.7533	1350	41	10.2623	5035
30	450.5427	221.0702	12	3.0036	1473	42	10.5126	5158
40	600.7236	294.7604	13	3.2539	1596	43	10.7629	5281
50	750.9045	368.4506	14	3.5042	1719	44	11.0132	5403
60	901.0854	442.1408	15	3.7545	1842	45	11.2635	5526
70	1051.2663	515.8310	16	4.0048	1965	46	11.5138	5649
80	1201.4472	589.5212	17	4.2551	2087	47	11.7641	5772
			18	4.5054	2210	48	12.0144	5895
			19	4.7557	2333	49	12.2647	6017
			20	5.0060	2456	50	12.5150	6140
			21	5.2563	2579	51	12.7653	6263
			22	5.5066	2701	52	13.0156	6386
			23	5.7569	2824	53	13.2659	6509
			24	6.0072	2947	54	13.5162	6632
			25	6.2575	3070	55	13.7665	6754
			26	6.5078	3193	56	14.0168	6877
			27	6.7581	3315	57	14.2671	7000
			28	7.0084	3438	58	14.5174	7123
			29	7.2587	3561	59	14.7677	7246
			30	7.5090	3684	60	15.0180	7369

1/2

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	15.0725	1.4774	1	2512	246	31	7.7874	7630
2	30.1451	2.9547	2	5024	492	32	8.0387	7876
3	45.2177	4.4321	3	7536	739	33	8.2899	8123
4	60.2901	5.9095	4	1.0048	987	34	8.5411	8369
5	75.3628	7.3867	5	1.2560	1231	35	8.7924	8615
6	90.4354	8.8642	6	1.5072	1447	36	9.0435	8862
7	105.5080	10.3416	7	1.7584	1724	37	9.2947	9109
8	120.5806	11.8189	8	2.0096	1970	38	9.5459	9354
9	135.6532	13.2963	9	2.2609	2216	39	9.7971	9600
10	150.7258	14.7737	10	2.5120	2462	40	10.0483	9849
20	301.4515	29.5473	11	2.7633	2708	41	10.2995	1.0096
30	452.1773	44.3210	12	3.0145	2954	42	10.5508	1.0341
40	602.9030	59.0947	13	3.2657	3200	43	10.8020	1.0587
50	753.6288	73.8684	14	3.5169	3447	44	11.0532	1.0833
60	904.3545	88.6421	15	3.7681	3693	45	11.3044	1.1080
70	1055.0803	103.4158	16	4.0193	3939	46	11.5556	1.1326
80	1205.8060	118.1894	17	4.2705	4185	47	11.8068	1.1572
			18	4.5217	4431	48	12.0580	1.1818
			19	4.7729	4678	49	12.3092	1.2064
			20	5.0241	4924	50	12.5604	1.2311
			21	5.2754	5170	51	12.8117	1.2557
			22	5.5266	5416	52	13.0629	1.2803
			23	5.7778	5662	53	13.3141	1.3049
			24	6.0290	5909	54	13.5653	1.3295
			25	6.2802	6155	55	13.8165	1.3542
			26	6.5314	6399	56	14.0677	1.3788
			27	6.7826	6645	57	14.3189	1 4034
			28	7.0338	6891	58	14.5701	1.4281
			29	7.2850	7138	59	14.8213	1.4527
			30	7.5362	7384	60	15.0726	1.4773

$\frac{3}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	15 1641	2.2250	1	2527	370	31	7.8347	1.1496
2	30.3283	4.4500	2	5054	741	32	8.0875	1.1866
3	45.4924	6.6750	3	7582	1112	33	8.3402	1.2237
4	60.6565	8.9000	4	1.0109	1483	34	8.5930	1.2608
5	75.8206	11.1250	5	1.2636	1854	35	8.8457	1.2979
6	90.9848	13.3500	6	1.5164	2225	36	9.0984	1.3350
7	106.1489	15.5750	7	1.7691	2595	37	9.3512	1.3721
8	121.3130	17.8000	8	2 0218	2966	38	9.6039	1.4091
9	136.4772	20.0250	9	2.2746	3337	39	9.8566	1.4462
10	151.6413	22.2500	10	2.5273	3708	40	10.1094	1.4833
20	303.2826	44.5010	11	2.7800	4079	41	10.3621	1.5204
30	454.9239	66.7510	12	3.0328	4450	42	10.6148	1.5575
40	606.5652	89.00_0	13	3.2855	4820	43	10.8676	1.5946
50	758.2065	111.2520	14	3.5382	5191	44	11.1203	1.6317
60	909.8478	133.5020	15	3.7910	5562	45	11.3730	1.6687
70	1061.1891	155.7530	16	4.0437	5933	46	11.6258	1.7058
80	1213.1304	178.0030	17	4.2965	6304	47	11.8785	1.7429
			18	4.5492	6675	48	12.1313	1.7800
			19	4.8019	7045	49	12.3840	1.8171
			20	5.0547	7416	50	12.6367	1.8542
			21	5.3074	7787	51	12.8895	1.8912
			22	5.5601	8158	52	13.1422	1.9283
			23	5.8129	8529	53	13.3949	1.9654
			24	6.0656	8900	54	13.6477	2.0025
			25	6.3183	9271	55	13.9004	2.0396
			26	6 5711	9641	56	14.1531	2.0767
			27	6.8238	1.0012	57	14.4059	2.1137
			28	7.0765	1.0383	58	14.6586	2.1508
			29	7.3293	1.0754	59	14.9113	2.1879
			30	7.5820	1.1125	60	15.1641	2.2250

I

Milliaria loxodromica	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
15.2937	2.9837	1	2549	497	31	7.9017	1.5415
30.5873	5.9674	2	5098	995	32	8.1566	1.5913
45.8810	8.9511	3	7647	1492	33	8.4115	1.6410
61.1747	11.9347	4	1.0196	1989	34	8.6663	1.6907
76.4683	14.9184	5	1.2744	2486	35	8.9212	1.7404
91.7620	17.9021	6	1.5294	2984	36	9.1761	1.7902
107.0556	20.8858	7	1.7843	3481	37	9.4310	1.8399
122.3493	23.8695	8	2.0392	3978	38	9.6859	1.8896
137.6430	26.8532	9	2.2940	4476	39	9.9408	1.9394
152.9366	29.8367	10	2.5489	4972	40	10.1958	1.9894
305.8732	59.6737	11	2.8038	5470	41	10 4506	2.0388
458.8099	89.5106	12	3.0587	5967	42	10.7055	2.0885
611.7466	119.3474	13	3.3136	6464	43	10.9604	2.1383
764.6832	149.1843	14	3.5685	6962	44	11.2153	2.1880
917.6198	179.0211	15	3.8233	7459	45	11.4702	2.2377
1070.5565	208.8580	16	4.0782	7956	46	11.7251	2.2875
1223.4931	238.6942	17	4.3331	8453	47	11.9800	2.3372
		18	4.5880	8951	48	12.2349	2.3869
		19	4.8429	9448	49	12.4897	2.4366
		20	5.0978	9945	50	12.7446	2.4864
		21	5.3527	1.0442	51	12.9995	2.5361
		22	5.6076	1.0940	52	13.2544	2.5858
		23	5.8625	1.1437	53	13.5093	2.6355
		24	6.1174	1.1934	54	13.7642	2.6853
		25	6.3723	1.2432	55	14.0191	2.7350
		26	6.6272	1.2929	56	14.2740	2.7847
		27	6.8821	1.3426	57	14.5289	2.8345
		28	7.1370	1.3928	58	14.7838	2.8842
		29	7.3919	1.4421	59	15.0386	2.9339
		30	7.6468	1.4918	60	15.2935	2.9837

$1\frac{1}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	15.4634	3.7573	1	2577	626	31	7.9894	1.9412
2	30.9268	7.5146	2	5154	1252	32	8.2471	2.0038
3	46.3902	11.2719	3	7731	1878	33	8.5048	2.0665
4	61.8537	15.0292	4	1.0308	2504	34	8.7626	2.1291
5	77.3171	18.7865	5	1.2886	3131	35	9.0203	2.1917
6	92.7805	22.5438	6	1.5463	3757	36	9.2780	2.2543
7	108.2438	26.3011	7	1.8040	4383	37	9.5357	2.3169
8	123.7072	30.0584	8	2.0617	5009	38	9.7935	2.3796
9	139.1707	33.8157	9	2.3195	5635	39	10.0512	3.4122
10	154.6341	37.5773	10	2.5772	6262	40	10.3089	2.5048
20	309.2683	75.1460	11	2.8349	6888	41	10.5666	2.5674
30	463.9024	112.7190	12	3.0926	7514	42	10.8243	2.6301
40	618.5366	150.2921	13	3.3501	8140	43	11.0821	2.6927
50	773.1707	187.8651	14	3.6081	8767	44	11.3398	2.7553
60	927.8049	225.4381	15	3.8658	9393	45	11.5975	2.8179
70	1082.4391	263.0111	16	4.1235	1.0019	46	11.8552	2.8805
80	1237.0732	300.5842	17	4.3812	1.0645	47	12.1130	2.9432
			18	4.6390	1.1271	48	12.3707	3.0058
			19	4.8967	1.1898	49	12.6284	3.0684
			20	5.1544	1.2524	50	12.8861	3.1310
			21	5.4121	1.3150	51	13.1439	3.1937
			22	5.6699	1.3776	52	13.4016	3.2563
			23	5.9276	1.4402	53	13.6593	3.3189
			24	6.1853	1.5029	54	13.9170	3.3815
			25	6.4430	1.5655	55	14.1747	3.4441
			26	6.7008	1.6281	56	14.4325	3.5068
			27	6.9585	1.6907	57	14.6902	3.5694
			28	7.2162	1.7533	58	14.9479	3.6321
			29	7.4739	1.8160	59	15.2056	3.6946
			30	7.7317	1.8786	60	15.4634	3.7573

$1\frac{1}{2}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	15.6749	4.5502	1	2612	7584	31	8.0987	2.3059
2	31.3499	9.1004	2	5225	1527	32	8.3599	2.4267
3	47.0249	13.6506	3	7837	2275	33	8.6212	2.5026
4	62.6998	18.2008	4	1.0450	3033	34	8.8824	2.5784
5	78.3748	22.7510	5	1.3062	3792	35	9.1437	2.6543
6	94.0497	27.3012	6	1.5675	4550	36	9.4049	2.7301
7	109.7247	31.8514	7	1.8287	5308	37	9.6662	2.8059
8	125.3997	36.4016	8	2.0900	6067	38	9.9274	2.8818
9	141.0746	40.9518	9	2.3512	6825	39	10.1887	2.9576
10	156.7496	45.5020	10	2.6124	7583	40	10.4499	3.0334
20	313.4992	91.0039	11	2.8737	8342	41	10.7112	3.1093
30	470.2487	136.5059	12	3.1349	9100	42	10.9724	3.1851
40	626.9983	182.0078	13	3.3962	9858	43	11.2337	3.2609
50	783.7479	227.5098	14	3.6574	1.0617	44	11.4949	3.3368
60	940.4975	273.0118	15	3.9187	1.1376	45	11.7562	3.4126
70	1097.2471	318.5137	16	4.1799	1.2134	46	12.0174	3.4885
80	1253.9966	364.0157	17	4.4412	1.2892	47	12.2787	3.5643
			18	4.7024	1.3650	48	12.5399	3.6401
			19	4.9637	1.4409	49	12.8012	3.7160
			20	5.2249	1.5167	50	13.0624	3.7918
			21	5.4862	1.5925	51	13.3237	3.8677
			22	5.7474	1.6684	52	13.5849	3.9435
			23	6.0687	1.7442	53	13.8462	4.0193
			24	6.2699	1.8200	54	14.1074	4.0951
			25	6.5312	1.8959	55	14.3687	4.1710
			26	6.7924	1.9717	56	14.6299	4.2468
			27	7.0537	2.0476	57	14.8912	4.3227
			28	7.3149	2.1234	58	15.1524	4.3985
			29	7.5762	2.1992	59	15.4137	4.4744
			30	7.8374	2.2751	60	15.6749	4.5502

$1\frac{3}{4}$

Gradus	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	15.9313	5.3671	1	2655	894	31	8.2311	2.7729
2	31.8626	10.7342	2	5310	1789	32	8.4966	2.8624
3	47.7938	16.1013	3	7965	2683	33	8.7622	2.9518
4	63.7251	21.4683	4	1.0620	3578	34	9.0277	3.0413
5	79.6564	26.8354	5	1.3276	4472	35	9.2932	3.1307
6	95.5877	32.2025	6	1.5931	5367	36	9.5587	3.2202
7	111.5189	37.5696	7	1.6586	6261	37	9.8242	3 3097
8	127.4502	42.9367	8	2.1241	7156	38	10.0898	3.3991
9	143.3815	48.3038	9	2.3896	8050	39	10.3552	3.4886
10	159.3128	53.6708	10	2.6552	8945	40	10.6208	3.5780
20	318.6256	107.3417	11	2.9207	9839	41	10.8863	3.6675
30	477.9383	161.0125	12	3.1862	1.0734	42	11.1518	3.7569
40	637.2511	214.6834	13	3.4517	1.1628	43	11.4174	3.8464
50	796.5639	268.3542	14	3.7172	1.2523	44	11.6829	3.9358
60	955.8768	322.0250	15	3.9828	1.3417	45	11.9484	4.0253
70	1115.1895	375.6959	16	4.2483	1.4312	46	12.2139	4.1147
80	1274.5022	429.3667	17	4.5138	1.5206	47	12.4795	4.2042
			18	4.7793	1.6101	48	12.7450	3.2936
			19	5.0449	1.6995	49	13.0105	4.3831
			20	5.3104	1.7890	50	13.2760	4.4725
			21	5.5759	1.8784	51	13.5415	4.5620
			22	5.8414	1.9670	52	13.8071	4.6514
			23	6.1079	2.0573	53	14.0726	4.7409
			24	6.3725	2.1468	54	14.3381	4.8303
			25	6.6380	2.2362	55	14.6036	4.9198
			26	6.9035	2.3257	56	14.8691	5.0092
			27	7.1690	2.4151	57	15.1347	5.0987
			28	7.4345	2.5036	58	15.4002	5.1881
			29	7.7001	2.5930	59	15.6657	5.2776
			30	7.9656	2.6825	60	15.9312	5.3670

2

Gradu.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	16.2359	6.2132	1	2706	1035	31	8.3885	3.2101
2	32.4717	12.4264	2	5411	2071	32	8.6591	3.3137
3	48.7076	18.6396	3	8117	3107	33	8.9297	3.4172
4	64.9435	24 8528	4	1.0239	4142	34	9.2003	3.5208
5	81.1794	31.0660	5	1.3230	5178	35	9.4409	3.6243
6	97.4153	37.2792	6	1.6236	6213	36	9.7415	3.7279
7	113.6516	43.4924	7	1.8942	7249	37	10.0121	3.8314
8	129.8870	49.7056	8	2.1648	8284	38	10.2827	3.9350
9	146.1229	55.9188	9	2.4354	9320	39	10.4533	4.0385
10	162.3588	62.1320	10	2.7059	1.0355	40	10.8239	4.1421
20	324.7176	124.2640	11	2.9765	1.1390	41	11.0945	4.2456
30	487.0764	186.3959	12	3.2471	1.2426	42	11.3651	4.3492
40	649.4352	248.5279	13	3.5177	1.3461	43	11.6357	4.4527
50	811.7940	310.6599	14	3.7883	1.4497	44	11.9063	4.5563
60	974.1528	372.7919	15	4.0589	1.5532	45	12.1769	4.6598
70	1136.5116	434.9239	16	4.2395	1.6568	46	12.4475	4.7634
80	1298.8704	497.0558	17	4.6001	1.7603	47	12.7181	4.8669
			18	4.8707	1.8639	48	12.9887	4.9705
			19	5.1413	1.9674	49	13.2593	5.0740
			20	5.4119	2.0710	50	13.5299	5.1776
			21	5.6825	2.1745	51	13.8005	5.2811
			22	5.9531	2.2781	52	14.0711	5.3847
			23	6.2237	2.3816	53	14.3417	5.4882
			24	6.4943	2.4851	54	14.6123	5.5918
			25	6.7649	2.5887	55	14.8829	5.6953
			26	7.0355	2.6923	56	15.1535	5.7989
			27	7.3061	2.7958	57	15.4241	5.9024
			28	7.5767	2.8993	58	15.6947	6.0060
			29	7.8473	3.0029	59	15.9653	6.1095
			30	8.1179	3.1066	60	16.2359	6.2131

2$\frac{1}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	16.5925	7.0945	1	2765	1182	31	8 5727	3.6654
2	33.1850	14.1889	2	5530	2365	32	8.8493	3.7837
3	49.7775	21.2834	3	8296	3547	33	9.1258	3.9019
4	66.3700	28 3779	4	1.1061	4729	34	9.4024	4.0202
5	82.9626	35.4724	5	1.3827	5912	35	9.6789	4.1384
6	99.5551	42 5668	6	1.6592	7094	36	9.9555	4.2566
7	116.1476	49.6613	7	1.9357	8276	37	10.2320	4.3749
8	132.7401	56.7558	8	2.2123	9459	38	10.5085	4.4931
9	149.3326	63.8502	9	2.4888	1.0641	39	10.7851	4.6114
10	165.9251	70.9447	10	2.7654	1.1824	40	11.0616	4.7296
20	331.8502	141 8894	11	3.0419	1.3006	41	11.3382	4.8478
30	497.7754	212.8341	12	3.3185	1.4188	42	11.6147	4.9661
40	663.7006	283.7789	13	3.5950	1.5371	43	11.8913	5.0843
50	829.6257	354.7236	14	3.8715	1.6553	44	12.1678	5.2026
60	995.5508	425.6683	15	4.1481	1.7736	45	12.4443	5.3208
70	1161.4760	496.6130	16	4.4246	1.8918	46	12.7209	5.4390
80	1327.4011	567.5578	17	4.7012	2.0101	47	12.9974	5.5573
			18	4.9777	2.1283	48	13.2740	5.6755
			19	5.2542	2.2465	49	13.5505	5.7938
			20	5.5308	2.3648	50	13.8270	5.9120
			21	5.8073	2.4830	51	14.1036	6.0303
			22	6.0839	2.6013	52	14.3781	6.1485
			23	6.3604	2.7195	53	14.6547	6.2667
			24	6.6370	2.8377	54	14.9312	6.3850
			25	6.9135	2.9560	55	15.2078	6.5032
			26	7.1900	3.0742	56	15.4843	6.6215
			27	7.4666	3.1925	57	15.7608	6.7397
			28	7.7431	3.3107	58	16.0374	6.8579
			29	8.0187	3.4289	59	16.3139	6.9762
			30	8.2962	3.5472	60	16.5905	7.0944

$2\frac{1}{2}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	17.0083	8.0177	1	2835	1336	31	8.7876	4.1424
2	34.0166	16.0353	2	5569	2627	32	9.0711	4.2761
3	51.0249	24.0530	3	8504	4009	33	9.3545	4.4097
4	68.0333	32.0706	4	1.1339	5345	34	9.6380	4.5433
5	85.0416	40.0883	5	1.4174	6681	35	9.9215	4.6770
6	102.0499	48.1060	6	1.7008	8018	36	10.2049	4.8106
7	119.0582	56.1236	7	1.9843	9354	37	10.4884	4.9442
8	136.0666	64.1413	8	2.2678	1.0690	38	10.7719	5.0778
9	153.0749	72.1589	9	2.5513	1.2026	39	11.0554	5.2115
10	170.0832	80.1766	10	2.8347	1.3362	40	11.3389	5.3451
20	340.1664	160.3532	11	3.1182	1.4699	41	11.6223	5.4787
30	510.2496	240.5299	12	3.4016	1.6035	42	11.9058	5.6123
40	680.3328	320.7065	13	3.6851	1.7371	43	12.1892	5.7460
50	850.4160	400.8831	14	3.9686	1.8708	44	12.4727	5.8796
60	1020.4992	481.0597	15	4.2520	2.0044	45	12.7562	6.0133
70	1190.5824	561.2363	16	4.5355	2.1380	46	13.0397	6.1469
80	1360.6656	641.4130	17	4.8190	2.2718	47	13.3231	6.2805
			18	5.1024	2.4053	48	13.6066	6.4141
			19	5.3859	2.5389	49	13.8901	6.5477
			20	5.6694	2.6725	50	14.1735	6.6814
			21	5.9529	2.8061	51	14.4570	6.8150
			22	6.2363	2.9398	52	14.7405	6.9486
			23	6.5198	3.0734	53	15.0239	7.0822
			24	6.8033	3.2070	54	15.3073	7.2159
			25	7.0867	3.3407	55	15.5908	7.3495
			26	7.3702	3.4743	56	15.8743	7.4831
			27	7.6537	3.6079	57	16.1577	7 6168
			28	7.9372	3.7415	58	16.4412	7.7504
			29	8.2206	3.8752	59	16.7247	7.8840
			30	8.5041	4.0088	60	17.0083	8.0176

$2\frac{1}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	17.4880	8.9906	1	2914	1498	31	9.0354	4.6451
2	34.9761	17.9813	2	5829	2996	32	9.3269	4.7950
3	52.4641	26.9719	3	8744	4495	33	9.6184	4.9448
4	69.9522	35.9626	4	1.1658	5993	34	9.9098	5.0947
5	87.4402	44.9533	5	1.4573	7492	35	10.2013	5.2445
6	104.9283	53.9439	6	1.7488	8990	36	10.4828	5.3943
7	122.4163	62.9346	7	2.0402	1.0489	37	10.7842	5.5442
8	139.9044	71.9252	8	2.3317	1.1987	38	11.0757	5.6940
9	157.3924	80.9159	9	2.6232	1.3485	39	11.3672	5.8439
10	174.8805	89.9065	10	2 9146	1.4984	40	11.6587	5.9937
20	349.7610	179.8130	11	3.2061	1.6482	41	11.9501	6.1436
30	524.6415	269.7195	12	3.4976	1.7981	42	12.2416	6.2934
40	699.5220	359.6261	13	3.7890	1.9479	43	12.5331	6.4433
50	874.4025	449.5326	14	4.0805	2.0978	44	12.8245	6.5931
60	1049.2830	539.4391	15	4.3720	2.2476	45	13.1160	6.7429
70	1224.1635	629.3456	16	4.6634	2.3975	46	13.4075	6.8929
80	1399.0440	719.2522	17	4.9549	2.5473	47	13.6989	7.0426
			18	5.2464	2.6971	48	13.9904	7.1925
			19	5.5378	2.8470	49	14.2819	7.3423
			20	5.8293	2.9968	50	14.5733	7.4922
			21	6.1208	3.1467	51	14.8648	7.6420
			22	6.4122	3.2965	52	15.1563	7.7919
			23	6.7037	3.4464	53	15.4478	7.9417
			24	6.9952	3.5962	54	15.7392	8.0915
			25	7.2866	3.7461	55	16.0307	8.2414
			26	7.5781	3.8959	56	16.3221	8.3912
			27	7.8696	4.0457	57	16.6136	8.5411
			28	8.1610	4.1956	58	16.9051	8.6909
			29	8.4525	4.3454	59	17.1965	8.8408
			30	8.7440	4.4953	60	17.4880	8.9906

3¼

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	18.6751	11.1247	1	3112	1854	31	9.6488	5.7477
2	37.3501	22.2495	2	6225	3708	32	9.9600	5.9332
3	56.0254	33.3742	3	9837	5562	33	10.2713	6.1186
4	74.7005	44.4990	4	1.2450	7416	34	10.5825	6.3040
5	93.3756	55.6238	5	1.5562	9270	35	10.8938	6.4894
6	112.0507	66.7485	6	1.8675	1.1124	36	11.2050	6.6748
7	130.7258	77.8733	7	2.1787	1.2978	37	11.5363	6.8602
8	149.4009	88.9980	8	2.4900	1.4833	38	11.8275	7.0456
9	168.0761	100.1228	9	2.8012	1.6687	39	12.1388	7.2310
10	186.7512	111.2475	10	2.1125	1.8541	40	12.4500	7.4165
20	373.5024	222.4951	11	3.4237	2.0395	41	12.7613	7.7019
30	560.2536	333.7427	12	3.7350	2.2249	42	13.0725	7.7873
40	747.0018	444.9902	13	4.0462	2.4103	48	13.3838	7.9727
50	933.7560	556.2378	14	4.3575	2.5957	44	13.6950	8.1581
60	1120.5072	667.4853	15	4.6687	2.7811	45	14.0063	8.3435
70	1307.2584	778.7329	16	4.9800	2.9666	46	14.3175	8.5289
80	1494.0096	889.9805	17	5.2912	3.1520	47	14.6288	8.7143
			18	5.6025	3.3374	48	14.9400	8.8998
			19	5.9137	3.5228	49	15.2513	9.0852
			20	6.2250	3.7082	50	15.5626	9.2706
			21	6.5362	3.8936	51	15.8738	9.4560
			22	6.8475	4.0790	52	16.1851	9.6414
			23	7.1587	4.2644	53	16.4963	9.8268
			24	7.4700	4.4499	54	16.8076	10.0122
			25	7.7813	4.6353	55	17.1188	10.1976
			26	8.0925	4.8207	56	17.4301	10.3831
			27	8.4038	5.0061	57	17.7413	10.5685
			28	8.7150	5.1915	58	18.0526	10.7539
			29	9.0263	5.3769	59	18.3638	10.9393
			30	9.3375	5.5623	60	18.6751	11.1247

$3\frac{1}{2}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula	Milliaria loxodrom	Milliaria mecodyn.
1	19.4046	12.3102	1	3234	2052	31	10.0257	6.3602
2	38.8093	24.6203	2	6468	4103	32	10.3491	6.5654
3	58.2139	36.9305	3	9702	6155	33	10.6725	6.7706
4	77.6186	49.2407	4	1.2936	8207	34	10.9959	6.9757
5	97.0233	61.5509	5	1.6170	1.0258	35	11.3193	7.1809
6	116.4279	73.8610	6	1.9405	1.2310	36	11.6427	7.3861
7	135.8326	86.1713	7	2.2639	1.4362	37	11.9662	7.5912
8	155.2372	98.4814	8	2.5873	1.6414	38	12.2896	7.7964
9	174.6419	110.7916	9	2.9107	1.8466	39	12.6130	8.0016
10	194.0465	123.1018	10	3.2341	2.0517	40	12.9364	8.2068
20	388.0931	246.2036	11	3.5575	2.2568	41	13.2598	8.4119
30	582.1396	369.3055	12	3.8809	2.4620	42	13.5836	8.6171
40	776.1862	492.4072	13	4.2043	2.6672	43	13.9066	8.8223
50	970.2327	615.5091	14	4.5277	2.8723	44	14.2300	9.0274
60	1164.2792	738.6109	15	4.8511	3.0775	45	14.5534	9.2326
70	1358.3258	861.7127	16	5.1745	3.2827	46	14.8769	9.4378
80	1552.3723	984.8145	17	5.4979	3.4878	47	15.2003	9.6429
			18	5.8213	3.6930	48	15.5237	9.8481
			19	6.1448	3.8982	49	15.8471	10.0533
			20	6.4682	4.1034	50	16.1705	10.2584
			21	6.7916	4.3085	51	16.4939	10.4636
			22	7.1150	4.5137	52	16.8173	10.6688
			23	7.4384	4.7189	53	17.1407	10.8739
			24	7.7618	4.9240	54	17.4621	11.0791
			25	8.0852	5.1292	55	17.7875	11.2843
			26	8.4086	5.3344	56	18.1110	11.4895
			27	8.7320	5.5395	57	18.4344	11.6946
			28	9.0555	5.7447	58	18.7578	11.8998
			29	9.3789	5.9499	59	19.0812	12.1050
			30	9.7023	6.1551	60	19.4046	12.3101

3¼

Gradus	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	20.2442	13.5952	1	3374	2265	31	1.0459	7.0241
2	40.4885	27.1904	2	6748	4531	32	10.7969	7.2507
3	60.7327	40.7856	3	1.0122	6797	33	11.1343	7.4773
4	80.9770	54.3808	4	1.3496	9063	34	11.4717	7.7039
5	101.2212	67.9760	5	1.6870	1.1329	35	11.8091	7.9305
6	121.4655	81.5712	6	2.0244	1.3595	36	12.1465	8.1571
7	141.7097	95.1664	7	2.3618	1.5861	37	12.4839	8.3837
8	161.9540	108.7616	8	2.6992	1.8126	38	12.8213	8.6102
9	182.1982	122.3569	9	3.0366	2.0392	39	13.1587	8.8368
10	202.4425	135.9521	10	3.3740	2.2658	40	13.4961	9.0634
20	404.8849	271.9041	11	3.7114	2.4924	41	13.8335	9.2900
30	607.3274	407.8562	12	4.0488	2.7190	42	14.1709	9.5166
40	809.7698	543.8083	13	4.3862	2.9456	43	14.5083	9.7432
50	1012.2123	679.7604	14	4.7236	3.1722	44	14.8457	9.9698
60	1214.6548	815.7121	15	5.0610	3.3988	45	15.1831	10.1964
70	1417.0972	951.6646	16	5.3984	3.6253	46	15.5205	10.4229
80	1619.5397	1087.6166	17	5.7358	3.8519	47	15.8579	10.6495
			18	6.0732	4.0785	48	16.1953	10.8761
			19	6.4106	4.3051	49	16.5328	11.1027
			20	6.7480	4.5317	50	16.8702	11.3293
			21	7.0854	4.7583	51	17.2076	11.5559
			22	7.4228	4.9849	52	17.5450	11.7825
			23	7.7602	5.2114	53	17.8824	12.0091
			24	8.0976	5.4380	54	18.2198	12.2357
			25	8.4351	5.6646	55	18.5572	12.4623
			26	8.7725	5.8912	56	18.8946	12.6888
			27	9.1099	6.1178	57	19.2320	12.9154
			28	9.4473	6.3444	58	19.5694	13.1420
			29	9.7847	6.5710	59	19.9068	13.3686
			30	10.1221	6.7976	60	20.2442	13.5952

4

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	21.2132	15.0000	1	3535	2500	31	10.9600	7.7500
2	42.4264	30.0000	2	7071	5000	32	11.3136	8 0000
3	63.6396	45.0000	3	1.0607	7500	33	11.6671	8.2500
4	84.8528	60.0000	4	1.4142	1.0000	34	12.0207	8.5000
5	106.0660	75.0000	5	1.7678	1.2500	35	12.3742	8.7500
6	127.2792	90.0000	6	2.1213	1.5000	36	12.7278	9.0000
7	148.4924	105.0000	7	2.4749	1.7500	37	13.0813	9.2500
8	169.7056	120.0000	8	2.8284	2.0000	38	13.4349	9.5000
9	190.9188	135.0000	9	3.1820	2.2500	39	13.7884	9.7500
10	212.1320	150.0000	10	3.5355	2.5000	40	14.1420	10.0000
20	424.2641	300.0000	11	3.8890	2.7500	41	14.4955	10.2500
30	636.3961	450.0000	12	4.2426	3.0000	42	14.8491	10.5000
40	848.5282	600.0000	13	4.5961	3.2500	43	15.2026	10.7500
50	1060.6602	750.0000	14	4.9497	3.5000	44	15.5562	11.0000
60	1272.7922	900.0000	15	5.3032	3.7500	45	15.9097	11.2500
70	1484.9243	1050.0000	16	5.6568	4.0000	46	16.2633	11.5000
80	1697.0563	1200.0000	17	6.0103	4.2500	47	16.6168	11.7500
			18	6.3639	4.5000	48	16.9704	12.0000
			19	6.7174	4.7500	49	17.3239	12.2500
			20	7.0710	5.0000	50	17.6776	12.5000
			21	7.4245	5.2500	51	18.0312	12.7500
			22	7.7781	5.5000	52	18.3847	13.0000
			23	8.1316	5.7500	53	18.7383	13.2500
			24	8.4852	6.0000	54	19.0918	13.5000
			25	8.8387	6.2500	55	19.4454	13.7500
			26	9.1923	6.5000	56	19.7994	14.0000
			27	9.5458	6.7500	57	20.1530	14.2500
			28	9.8994	7.0000	58	20.5065	14.5000
			29	10.2529	7.2500	59	20.8601	14.7500
			30	10.6065	7.5000	60	21.2132	15.0000

$4\frac{1}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	22.3361	16.5500	1	3723	2758	31	11.5403	8.5508
2	44.6721	33.0999	2	7445	5517	32	11.9126	8.8266
3	67.0082	49.6498	3	1.1168	8275	33	12.2848	9.1024
4	89.3443	66.1998	4	1.4890	1.1033	34	12.6571	9.3783
5	111.6804	82.7497	5	1.8613	1.3792	35	13.0293	9.6541
6	134.0165	99.2997	6	2.2336	1.6550	36	13.4016	9.9300
7	156.3526	115.8496	7	2.6059	1.9308	37	13.7739	10.2058
8	178.6887	132.3996	8	2.9781	2.2067	38	14.1462	10.4816
9	201.0248	148.9495	9	3.3504	2.4825	39	14.5184	10.7575
10	223.3361	165.4995	10	3.7226	2.7583	40	14.8907	11.0333
20	446.7237	330.9990	11	4.0949	3.0341	41	15.2630	11.3091
30	670.0826	496.4985	12	4.4672	3.3100	42	15.6352	11.5849
40	893.4434	661.9980	13	4.8395	3.5858	43	16.0075	11.8608
50	1116.8043	827.4975	14	5.2117	3.8617	44	16.3798	12.1366
60	1340.1651	992.9970	15	5.5840	4.1375	45	16.7520	12.4124
70	1563.5260	1158.4965	16	5.9563	4.4133	46	17.1243	12.6888
80	1786.8868	1323.9960	17	6.3285	4.6891	47	17.4966	12.9641
			18	6.7008	4.9650	48	17.8688	13.2400
			19	7.0731	5.2408	49	18.2411	13.5158
			20	7.4453	5.5167	50	18.6134	13.7916
			21	7.8176	5.7925	51	18.9857	14.0674
			22	8.1899	6.0683	52	19.3579	14.3433
			23	8.5622	6.3441	53	19.7302	14.6191
			24	8.9344	6.6200	54	20.1024	14.8950
			25	9.3067	6.8958	55	20.4747	15.1708
			26	9.6790	7.1716	56	20.8470	15.4466
			27	10.0512	7.4475	57	21.2193	15.7224
			28	10.4235	7.7233	58	21.5915	15.9983
			29	10.7958	7.9991	59	21.9638	16.2741
			30	11.1680	8.2750	60	22.3361	16.5499

$4\frac{1}{2}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	23.6446	18.2775	1	3941	3046	31	12.2163	9.1834
2	47.2893	36.5551	2	7881	6092	32	12.6103	9.7480
3	70.9339	54.8327	3	1.1822	9139	33	13.0044	10.0527
4	94.5785	73.1102	4	1.5763	1.2185	34	13.3985	10.3573
5	118.2232	91.3878	5	1.9704	1.5231	35	13.7925	10.6619
6	141.8678	109.6653	6	2.3644	1.8277	36	14.1866	10.9665
7	165.5124	127.9429	7	2.7585	2.1323	37	14.5807	11.2712
8	189.1570	146.2204	8	3.1526	2.4369	38	14.9748	11.5758
9	212.8017	164.4980	9	3.5467	2.7415	39	15.3688	11.8804
10	236.4463	182.7755	10	3.9407	3.0462	40	15.7630	12.1851
20	472.8926	365.5511	11	4.3348	3.3509	41	16.1570	12.4896
30	709.3390	548.3266	12	4.7289	3.6555	42	16.5511	12 7943
40	945.7853	731.1022	13	5.1229	3.9601	43	16.9451	13.0989
50	1182.2316	913.8777	14	5.5170	4.2648	44	17.3392	13.5035
60	1418.6779	1096.6532	15	5.9111	4.5694	45	17.7333	13.7082
70	1655.1242	1279.4288	16	6.3051	4.8740	46	18.1274	14.0128
80	1891.5710	1462.2043	17	6 6992	5.1787	47	18.5214	14.3174
			18	7.0933	5.4833	48	18.9155	14.6221
			19	7.4833	5.7879	49	19.3096	14.9267
			20	7.8814	6.0925	50	19.7037	15.2313
			21	8.2755	6.3971	51	20.0978	15.5359
			22	8.6696	6.7018	52	20.4918	15.8405
			23	9.0636	7.0064	53	20.8859	16.8452
			24	9.4577	7.3110	54	21.2800	16.4498
			25	9.8518	7.6157	55	21.6740	16.7544
			26	10.2458	7.9203	56	22.0681	17.0591
			27	10.6399	8.2249	57	22.4622	17.3637
			28	11.0331	8.5296	58	22.8562	17.6683
			29	11.4280	8.8342	59	23.2503	17.9729
			30	12.8222	9.1388	60	23.6446	18.2776

4¾

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	25.1804	20.2252	1	4196	3370	31	13.0099	10.4496
2	50.3610	40.4503	2	8393	6741	32	13.4295	10.7867
3	75.5414	60.6755	3	1.2590	1.0112	33	13.8492	11.1238
4	100.7220	80.9006	4	1.6786	1.3483	34	14.2689	11.4609
5	125.9024	101.1258	5	2.0983	1.6854	35	14.6886	11.7980
6	151.0829	121.3509	6	2.5180	2.0225	36	15.1082	12.1350
7	176.2634	141.5761	7	2.9377	2.3596	37	15.5279	12.4721
8	201.4439	161.8013	8	3.3573	2.6966	38	15.9476	12.8092
9	226.6244	182.0264	9	3.7770	3.0337	39	16.3673	13.1463
10	251.8049	202.2516	10	4.1967	3.3708	40	16.7869	13.4834
20	503.6097	404.5032	11	4.6164	3.7079	41	17.2066	13.8205
30	755.4146	606.7548	12	5.0360	4.0450	42	17.6263	14.1576
40	1007.2195	809.0064	13	5.4557	4.3821	43	18.0460	14.4946
50	1259,0244	1011.2580	14	5.8754	4.7192	44	18.4656	14.8317
60	1510.8293	1213.5096	15	6.2951	5.0562	45	18.8853	15.1688
70	1762.6341	1415.7612	16	6.7147	5.3933	46	19.3050	15.5059
80	2014.4390	1618.0128	17	7.1344	5.7304	47	19.7247	15.8430
			18	7.5541	6.0675	48	20.1443	16.1801
			19	7.9738	6.4046	49	20.5640	16.5172
			20	8.3934	6.7417	50	20.9837	16.8543
			21	8.8131	7.0788	51	21.4034	17.1913
			22	9.2328	7.4158	52	21.8230	17.5284
			23	9.6525	7.7529	53	22.2427	17.8655
			24	10.0721	8.0900	54	22.6624	18.2026
			25	10.4918	8.4271	55	23.0821	18.5397
			26	10.9115	8.7642	56	23.5017	18.8768
			27	11.3312	9.1013	57	23.9214	19.2139
			28	11.7508	9.4384	58	24.3411	19.5509
			29	12.1705	9.7754	59	24.7608	19.8880
			30	12.5902	10.1125	60	25.1804	20.2251

5

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	26.9993	22.4491	1	4500	3741	31	13.9496	11.5986
2	58.9987	44.8982	2	9000	7483	32	14.3996	11.9728
3	80.9978	67.3473	3	1.3500	1.1224	33	14.8496	12.3469
4	107.9971	89.7963	4	1.8000	1.4966	34	15.2996	12.7411
5	134.9964	112.2454	5	2.2499	1.8708	35	15.7495	13.0952
6	161.9957	134.6945	6	2.6999	2.2449	36	16.1995	13.4694
7	188.9950	157.1436	7	3.1499	2.6190	37	16.6495	13.8435
8	215.9943	179.5927	8	3.5999	2.9932	38	17.0995	14.2177
9	242.9936	202.0417	9	4.0499	3.3673	39	17.5495	14.5919
10	269.9927	224.4908	10	4.4998	3.7415	40	17.9995	14.9660
20	539.9857	448.9817	11	4.9498	4.1156	41	18.4495	15.3402
30	809.9786	673.4725	12	5.3998	4.4898	42	18.8995	15.7143
40	1079.9714	897.9633	13	5.8498	4.8639	43	19.3494	16.0885
50	1349.9643	1122.4542	14	6.2998	5.2381	44	19.7994	16.4626
60	1619.9571	1346.9450	15	6.7498	5.6122	45	20.2494	16.8368
70	1889.9500	1571.4359	16	7.1998	5.9864	46	20.6994	17.2109
80	2159.9429	1795.9267	17	7.6498	6.3605	47	21.1494	17.5851
			18	8.0998	6.7347	48	21.5994	17.9592
			19	8.5497	7.1088	49	22.0494	18.3334
			20	8.9997	7.4830	50	22.4994	18.7075
			21	9.4497	7.8571	51	22.9494	19.0817
			22	9.8997	8.2313	52	23.3994	19.4558
			23	10.3497	8.6054	53	23.8493	19.8300
			24	10.7997	8.9796	54	24.2993	20.2041
			25	11.2497	9.3537	55	24.7493	20.5783
			26	11.6997	9.7279	56	25.1993	20.9524
			27	12.1496	10.1020	57	25.6493	21.3266
			28	12.5996	10.4762	58	26.0993	21.7007
			29	13.0496	10.8503	59	26.5493	22.0749
			30	13.4996	11.2245	60	26.9993	22.4490

5 $\frac{1}{2}$

Gradus	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	29.1720	25.0260	1	4862	4170	31	15.0748	12.9300
2	58.3541	50.0529	2	9725	8341	32	15.5610	13.3471
3	87.5312	75.0780	3	1.4588	1.2513	33	16.0473	13.7642
4	116.7082	100.1039	4	1.9451	1.6683	34	16.5336	14.1813
5	145.8852	125.1299	5	2.4314	2.0854	35	17.0199	14.5984
6	175.0623	150.1560	6	2.9177	2.5025	36	17.5062	15.0155
7	204.2393	175.1819	7	3.4039	2.9196	37	17.9925	15.4326
8	233.4164	200.2079	8	3.8902	3.3367	38	18.4787	15.8497
9	262.5934	225.2339	9	4.3765	3.7538	39	18.9650	16.2668
10	291.7705	250.2599	10	4.8628	4.1709	40	19.4513	16.6839
20	583.5409	500.5198	11	5.3491	4.5880	41	19.9376	17.1014
30	875.3114	750.7796	12	5.8354	5.0051	42	20.4239	17.5181
40	1167.0818	1001.0395	13	6.3216	5.4222	43	20.9102	17.9352
50	1458.8523	1251.2994	14	6.8079	5.8393	44	21.3965	18.3523
60	1750.6628	1501.5593	15	7.2942	6.2564	45	21.8827	18.7694
70	2042.3932	1751.8192	16	7.7805	6.6735	46	22.3690	19.1865
80	2334.1637	2002.0790	17	8.2668	7.0906	47	22.8553	19.6036
			18	8.7531	7.5077	48	23.3416	20.0207
			19	9.2394	7.9248	49	23.8279	20.4378
			20	9.7256	8.3419	50	24.3142	20.8549
			21	10.2119	8.7590	51	24.8004	21.2720
			22	10.6982	9.1761	52	25.2867	21.6891
			23	11.1845	9.5932	53	25.7730	22.1062
			24	11.6708	10.0103	54	26.2593	22.5233
			25	12.1571	10.4274	55	26.7456	22.9404
			26	12.6433	10.8445	56	27.2319	23.3575
			27	13.1296	11.2616	57	27.7181	23.7746
			28	13.6159	11.6787	58	28.2044	24.1917
			29	14.1022	12.0958	59	28.6907	24.6088
			30	14.5885	12.5129	60	29.1770	25.0259

$5\frac{1}{2}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula	Milliaria loxodrom	Milliaria mecodyn.
1	31.8203	28.0830	1	5303	4680	31	16.4405	14.5095
2	63.6407	56.1660	2	1.0206	9361	32	16.9708	14.9776
3	95.4610	84.2490	3	1.5910	1.4041	33	17.5011	15.4456
4	127.2813	112.3320	4	2.1213	1.8722	34	18.0315	15.9137
5	159.1017	140.4150	5	2.6517	2.3402	35	18.5618	16.3817
6	190.9220	168.4980	6	3.1820	2.8083	36	19.0922	16.8498
7	222.7424	196.5811	7	3.7123	3.2763	37	19.6225	17.3178
8	254.5627	224.6641	8	4.2427	3.7444	38	20.1528	17.7859
9	286.3830	252.7471	9	4.7730	4.2114	39	20.6832	18.2539
10	318.2034	280.8301	10	5.3033	4.6805	40	21.2135	18.7220
20	636.4068	561.6602	11	5.8337	5.1485	41	21.7438	19.1900
30	954.6102	842.4903	12	6.3640	5.6660	42	22.2742	19.6581
40	1272.8136	1123.3204	13	6.8944	6.0846	43	22.8045	20.1261
50	1591.0170	1404.1505	14	7.4247	6.5527	44	23.3349	20.5942
60	1909.2203	1684.9806	15	7.9550	7.0207	45	23.8652	21.0622
70	2227.4238	1965.8107	16	8.4858	7.4888	46	24.3955	21.5303
80	2545.6272	2246.6408	17	9.0157	7.9568	47	24.9259	21.9983
			18	9.5461	8.4249	48	25.4562	22.4664
			19	10.0764	8.8929	49	25.9866	22.9344
			20	10.6067	9.4610	50	26.4169	23.4025
			21	11.1371	9.8490	51	27.0472	23.8705
			22	11.6674	10.2971	52	27.5776	24.3386
			23	12.1978	10.7651	53	28.1079	24.8066
			24	12.7281	11.2332	54	28.6383	25.2747
			25	13.1258	11.7012	55	29.1686	25.7427
			26	13.8884	12.1693	56	29.6989	26.2108
			27	14.3191	12.6373	57	30 2293	26.6788
			28	14.8497	13.1054	58	30.7596	27.1469
			29	15.3800	13.5734	59	31.2900	27.6149
			30	15.9101	14.0415	60	31.8203	28.0830

5¾

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	35.0832	31.7148	1	5847	5286	31	18.1263	16.3860
2	70.1661	63.4297	2	1.1694	1.0572	32	18.7110	16.9146
3	105.2496	95.1445	3	1.7541	1.5857	33	19.2957	17.4431
4	140.3328	126.8593	4	2.3389	2.1143	34	19.8804	17.9717
5	175.4120	158.5742	5	2.9236	2.6429	35	20.4652	18.5003
6	210.4992	190.2890	6	3.5083	3.1715	36	21.0499	19.0289
7	245.5824	222.0038	7	4.0930	3.7000	37	21.6346	19.5575
8	280.6656	253.7187	8	4.6777	4.2286	38	22.2193	20.0860
9	315.7487	285.4335	9	5.2624	4.7572	39	22.8041	20.6146
10	350.8319	317.1483	10	5.8472	5.2858	40	23.3888	21.1432
20	701.6639	634.2967	11	6.4319	5.8144	41	23.9735	21.6718
30	1052.4958	951.4451	12	7.0166	6.3429	42	24.5582	22.2004
40	1403.3277	1268.5934	13	7.6014	6.8715	43	25.1429	22.7289
50	1754.1597	1585.7418	14	8.1861	7.4001	44	25.7277	23.2575
60	2104.9916	1902.8901	15	8.7708	7.9287	45	26.3124	23.7861
70	2455.8236	2220.0385	16	9.3555	8.4573	46	26.8971	24.3147
80	2806.6555	2537.1869	17	9·9402	8.9859	47	27.4818	24.8433
			18	10.5249	9.5144	48	28.0665	25.3719
			19	11.1097	10.0434	49	28.6512	25.9004
			20	11.6944	10.5716	50	29.2360	26.4290
			21	12.2791	11.1002	51	29.8207	26.9576
			22	12.8638	11.6238	52	30.4054	27.4862
			23	13.4485	12.1573	53	30.9901	28.0148
			24	14.0333	12.6859	54	31.5749	28.5433
			25	14.6180	13.2145	55	32.1596	29.0719
			26	15.2027	13.7431	56	32.7443	29.6005
			27	15.7874	14.2712	57	33.3290	30.1290
			28	16.3721	14.8003	58	33.9137	30.6576
			29	16.9569	15.3288	59	34.4985	31.1862
			30	17.5416	15.8574	60	35.0832	31.7148

6

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	39.1979	36.2131	1	6533	6035	31	20.2517	18.7101
2	78.3958	72.4263	2	1.3065	1.2071	32	20.9050	19.3137
3	117.5936	108.6395	3	1.9598	1.8106	33	21.5583	19.9172
4	156.7915	144.8527	4	2.6131	2.4142	34	22.2116	20.5208
5	195.9894	181.0658	5	3.2665	3.0178	35	22.8648	21.1243
6	235.1873	217.2790	6	3.9198	3.6213	36	23.5181	21.7279
7	274.3852	253.4922	7	4.5731	4.2248	37	24.1714	22.3314
8	313.5830	289.7053	8	5.2264	4.8284	38	24.8247	22.9350
9	352.7809	325.9185	9	5.8797	5.4318	39	25.4780	23.5385
10	391.9788	362.1317	10	6.5328	6.0355	40	26.1312	24.1420
20	783.9576	724.2634	11	7.1861	6.6391	41	26.7845	24.7455
30	1175.9364	1086.3951	12	7.8394	7.2426	42	27.4378	25.3491
40	1567.9152	1448.5268	13	8.4926	7.8462	43	28.0911	25.9526
50	1959.8940	1810.6585	14	9.1459	8.4497	44	28.7444	26.5562
60	2351.8728	2172.7902	15	9.7992	9.0533	45	29.3987	27.1597
70	2743.8516	2534.9219	16	10.4525	9.6568	46	30.0519	27.7633
80	3135.8304	2897.0536	17	11.1058	10.2603	47	30.7052	28.3668
			18	11.7590	10.8639	48	31.3585	28.9704
			19	12.4123	11.4675	49	32.0118	29.5739
			20	13.0656	12.0711	50	32.6651	30.1777
			21	13.7189	12.6746	51	33.3184	30.7812
			22	14.3722	13.2782	52	33.9716	31.3848
			23	15.0254	13.8817	53	34.6249	31.9883
			24	15.6787	14.4853	54	35.2782	32.5919
			25	16.3320	15.0888	55	35.9315	33.1954
			26	16.9853	15.6924	56	36.5847	33.7990
			27	17.6386	16.2959	57	37.2380	34.4025
			28	18.2919	16.8995	58	37.8913	35.0060
			29	18.9451	17.5030	59	38.5446	35.6096
			30	19.5984	18.1066	60	39.1978	36.2132

6½

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	41.5249	41.9222	1	7421	6987	31	23.0045	21.6598
2	89.0499	83.8444	2	1.4842	1.3974	32	23.7466	22.3585
3	133.5748	125.7666	3	2.2262	2.0961	33	24.4887	23.0572
4	178.0997	167.6888	4	2.9683	2.7948	34	25.2308	23.7559
5	222.6247	209.6110	5	3.7104	3.4935	35	25.9729	24.4546
6	267.1496	251.5331	6	4.4525	4.1922	36	26.7150	25.1533
7	311.6746	293.4553	7	5.1946	4.8909	37	27.4570	25.8520
8	356.1995	335.3775	8	5.9366	5.5896	38	28.1991	26.5507
9	400.7244	377.2997	9	6.6787	6.2883	39	28.9412	27.2494
10	445.2493	419.2219	10	7.4208	6.9870	40	29.6833	27.9481
20	890.4987	838.4438	11	8.1629	7.6857	41	30.4254	28.6468
30	1335.7481	1257.6658	12	8.9050	8.3844	42	31.1675	29.3455
40	1780.9975	1676.8877	13	9.6471	9.0831	43	31.9095	30.0442
50	2226.2469	2096.1096	14	10.3891	9.7818	44	32.6516	30.7429
60	2671.4963	2515.3315	15	11.1312	10.4805	45	33.3937	31.4416
70	3116.7456	2934.5534	16	11.8733	11.1792	46	34.1358	32.1403
80	3561.9950	3353.7754	17	12.6154	11.8779	47	34.8779	32.8390
			18	13.3575	12.5766	48	35.6200	33.5377
			19	14.0996	13.2754	49	36.3620	34.2364
			20	14.8416	13.9741	50	37.1041	34.9352
			21	15.5837	14.6727	51	37.8462	35.6339
			22	16.3258	15.3715	52	38.5883	36.3326
			23	17.0679	16.0702	53	39.3304	37.0313
			24	17.8100	16.7689	54	40.0724	37.7300
			25	18.5520	17.4676	55	40.8145	38.4287
			26	19.2941	18.1663	56	41.5566	39.1274
			27	20.0362	18.8650	57	42.2987	39.8261
			28	20.7783	19.5637	58	43.0408	40.5248
			29	21.5204	20.4204	59	43.7828	41.2235
			30	22.2625	20.9611	60	44.5249	41.9222

6½

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	51.6734	49.4484	1	8612	8241	31	26.6978	25.5483
2	103.3468	98.8967	2	1.7224	1.6483	32	27.5590	26.3725
3	155.0202	148.3451	3	2.5837	2.4724	33	28.4203	27.1966
4	206.6936	197.7935	4	3.4449	3.2965	34	29.2815	28.0207
5	258.3670	247.2418	5	4.3062	4.1207	35	30.1427	28.8440
6	310.0405	296.6902	6	5.1673	4.9448	36	31.0039	29.6690
7	361.7139	346.1386	7	6.0285	5.7690	37	31.8651	30.4931
8	413.3873	395.5870	8	6.8898	6.5931	38	32.7264	31.3173
9	465.0607	445.0353	9	7.7510	7.4172	39	33.5876	32.1414
10	516.7341	494.4837	10	8.6122	8.2413	40	34.4489	32.9655
20	1033.4682	988.9674	11	9.4734	9.0655	41	35.3101	33.7897
30	1550.2023	1483.4511	12	10.5346	9.8896	42	36.1713	34.6138
40	2066.9364	1977.9348	13	11.1959	10.7138	43	37.0326	35.4380
50	2583.6705	2472.4185	14	12.0571	11.5379	44	37.8938	36.2621
60	3100.4046	2966.9022	15	12.9183	12.3620	45	38.7550	37.0862
70	3617.1387	3461.3859	16	13.7795	13.1862	46	39.6162	37.9104
80	4133.8728	3955.8696	17	14.6407	14.0103	47	40.4774	38.7346
			18	15.5020	14.8345	48	41.3387	39.5587
			19	16.3632	15.6586	49	42.1999	40.3828
			20	17.2244	16.4827	50	43.0611	41.2069
			21	18.0856	17.3069	51	43.9223	42.0311
			22	18.9468	18.1310	52	44.7835	42.8552
			23	19.8081	18.9552	53	45.6447	43.6794
			24	20 6693	19.7793	54	46.5060	44.5035
			25	21.5305	20.6034	55	47.3672	45.3276
			26	22.3917	21.4276	56	48.2284	46.1518
			27	23.2529	22.2517	57	49.0896	46.9759
			28	24.1142	23 0759	58	49.9508	47.8001
			29	24.9754	23.9000	59	50.8121	48.6242
			30	25.8366	24 7241	60	51.6733	49.4484

6¾

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	61.7334	59.8833	1	1.0289	9980	31	31.8956	30.9397
2	123.4668	119.7667	2	2.0578	1.9961	32	32.9245	31.9378
3	185.2003	159.6889	3	3.0867	2.9942	33	33.9534	32.9358
4	246.9337	239.5334	4	4.1156	3.9922	34	34.9823	33.9339
5	308.6672	299.4168	5	5.1444	4.9903	35	36.0112	34.9320
6	370.4006	359.3001	6	6.1733	5.9883	36	37.0400	35.9300
7	432.1340	419.1835	7	7.2022	6.9864	37	38.0689	36.9281
8	493.8674	479.0668	8	8.2311	7.9844	38	39.0978	37.9261
9	555.6009	538.9502	9	9.2600	8.9825	39	40.1267	38.9242
10	617.3343	598.8335	10	10.2889	9.9805	40	41.1556	39.9222
20	1234.6686	1197.6671	11	11.3178	10.9786	41	42.1845	40.9203
30	1852.0029	1596.8894	12	12.3467	11.9767	42	43.2134	41.9183
40	2469.3372	2395.3341	13	13.3756	12.9727	43	44.2423	42.9164
50	3086.6715	2994.1677	14	14.4045	13.9728	44	45.2712	43.9145
60	3704.0058	3593.0012	15	15.4333	14.9708	45	46.3001	44.9125
70	4321.3401	4191.8348	16	16.4622	15.9689	46	47.3290	45.9106
80	4938.6744	4790.6683	17	17.4911	16.9669	47	48.3578	46.9086
			18	18.5200	17.9650	48	49.3867	47.9067
			19	19.5489	18.9630	49	50.4156	48.9047
			20	20.5778	19.9611	50	51.4445	49.9028
			21	21.6067	20.9592	51	52.4734	50.9008
			22	22 6356	21.9572	52	53.5023	51.8989
			23	23.6645	22.9553	53	54.5312	52.8970
			24	24.6934	23.9533	54	55.5601	53.8950
			25	25.9223	24.9514	55	56.5890	54.8931
			26	26.7511	25.9494	56	57.6179	55.8911
			27	27.7800	26.9475	57	58.6467	56.8892
			28	28.8089	27.9456	58	59.6756	57.8872
			29	29.8378	28.9436	59	60.7045	58.8853
			30	30.8667	29.9417	60	61.7334	59.8833

7

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	76.8875	75.4101	1	1.2814	1.2568	31	39.7252	38.9619
2	153.7749	150.8202	2	2.5629	2.5137	32	41.0066	40.2187
3	230.6624	226.2302	3	3.8444	3.7705	33	42.2881	41.4755
4	307.5498	301.6403	4	5.1258	5.0273	34	43.5695	42.7323
5	384.4373	377.0505	5	6.4073	6.2842	35	44.8510	43.9892
6	461.3248	452.4608	6	7.6887	7.5410	36	46.1325	45.2460
7	538.2122	527.8706	7	8.9702	8.7978	37	47.4139	46.5029
8	615.0997	603.2807	8	10.2517	10.0547	38	48.6954	47.7597
9	693.9871	678.6908	9	11.5331	11.3115	39	49.9768	49.0165
10	770.8746	754.1009	10	12.8145	12.5683	40	51.2583	50.2734
20	1537.7492	1508.2019	11	14.0960	13.8251	41	52.5398	51.5302
30	2306.6238	2262.3028	12	15.3775	15.0820	42	53.8212	52.7870
40	3075.4985	3016.4037	13	16.6589	16.3388	43	55.1027	54.0439
50	3844.3731	3770.5047	14	17.9404	17.5956	44	56.3841	55.3007
60	4613.2477	4524.6056	15	19.2218	18.8525	45	57.6656	56.5576
70	5382.1223	5278.7066	16	20.5033	20.1093	46	58.9471	57.8144
80	6150.9970	6032.8075	17	21.7848	21.3660	47	60.2285	59.0712
			18	23.0662	22.6230	48	61.5100	60.3280
			19	24.3477	23.8798	49	62.7914	61.5849
			20	25.6291	25.1367	50	64.0728	62.8417
			21	26.9106	26.3935	51	65.3543	64.0986
			22	28.1921	27.6504	52	66.6358	65.3554
			23	29.4735	28.9072	53	67.9173	66.6122
			24	30.7550	30.1640	54	69.1987	67.8691
			25	32.0364	31.4208	55	70.4801	69.1259
			26	33.3179	32.6777	56	71.7616	70.2827
			27	34.5993	33.9345	57	73.0431	71.6396
			28	35.8808	35.1913	58	74.3245	72.8964
			29	37.6122	36.4482	59	75.6060	74.1532
			30	38.4437	37.7050	60	76.8874	75.4101

7¼

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	102.2282	101.1218	1	1.7038	1.6853	31	52.8179	52.2462
2	204.4565	202.2436	2	3.4076	3.3707	32	54.5217	53.9316
3	306.6847	303.3653	3	5.1114	5.0561	33	56.2255	55.6170
4	408.9130	404.4871	4	6.8152	6.7415	34	57.9293	57.3023
5	511.1412	505.6089	5	8.5190	8.4268	35	59.6331	58.9877
6	613.3695	606.7307	6	10.2228	10.1122	36	61.3369	60.6731
7	715.5977	707.8525	7	11.9266	11.7975	37	63.0407	62.3584
8	817.8260	808.9743	8	13.6304	13.4829	38	64.7446	64.0438
9	920.0543	910.0962	9	15.3342	15.1683	39	66.4484	65.7292
10	1022.2825	1011.2179	10	17.0380	16.8536	40	68.1521	67.4145
20	2044.5650	2022.4357	11	18.7418	18.5390	41	69.8560	69.0999
30	3066.8475	3033.6536	12	20.4456	20.2244	42	71.5598	70.7852
40	4089.1301	4044.8714	13	22.1494	21.9097	43	73.2636	72.4706
50	5111.4126	5056.0893	14	23.8532	23.5951	44	74.9674	74.1560
60	6133.6951	6067.3072	15	25.5571	25.2804	45	76.6712	75.8413
70	7155.9776	7078.5250	16	27.2609	26.9658	46	78.3150	77.5267
80	8178.2603	8089.7430	17	28.9647	28.6512	47	80.0788	79.2121
			18	30.6685	30.3365	48	81.7826	80.8974
			19	32.3722	32.0219	49	83.4864	81.5828
			20	34.0760	33.7073	50	85.1902	84.2682
			21	35.7799	35.3926	51	86.8940	85.9535
			22	37.4837	37.0780	52	88.5978	87.6389
			23	39.1875	38.7633	53	90.3016	89.3242
			24	40.8913	40.4487	54	92 0054	91.0096
			25	42.5951	42.1341	55	93.7092	92.6950
			26	44.2989	43.8194	56	95.4130	94.3803
			27	46.0027	45.5048	57	97.1168	96.0657
			28	47.7065	47.1902	58	98.8206	97.7511
			29	49.4103	48.8755	59	100.5244	99.4364
			30	51.1141	50.5609	60	102.2282	101.1218

$7\frac{1}{2}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.	Scrupula.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyn.
1	153.0344	152.2975	1	2.5505	2.5383	31	79.0678	78.6870
2	306.0689	304.5950	2	5.1011	5.0766	32	81.6183	81.2253
3	459.1033	456.8926	3	7.6517	7.6149	33	84.1689	83.7636
4	612.1378	609.1901	4	10.2023	10.1532	34	86.7195	86.3019
5	765.1723	761.0877	5	12.7529	12.6914	35	89.2700	88.8402
6	918.2067	913.7852	6	15.3034	15.2297	36	91.8206	91.3785
7	1071.2412	1066.0828	7	17.1540	17.7680	37	94.3712	93.9168
8	1224.2756	1218.3803	8	20.4046	20.3063	38	96.9217	96.4550
9	1377.3101	1370.6778	9	22.9552	22.8447	39	99.4723	98.9933
10	1530.3446	1522.9753	10	25.5057	25.3829	40	102.0229	101.5316
20	3060.6891	3045.9507	11	28.0563	27.9212	41	104.5735	104.0699
30	4591.0337	4568.9261	12	30.6068	30.4595	42	107.1241	106.6082
40	6121.3783	6091.9015	13	33.1574	32.9977	43	109.6746	109.1465
50	7651.7229	7614.8796	14	35.7080	35.5360	44	112.2252	111.6848
60	9182.0675	9137.8523	15	38.2585	38.0743	45	114.7758	114.9231
70	10712.4121	10660.8276	16	40.8091	40.6126	46	117.3263	116.7614
80	12242.7566	12183.8030	17	43.3597	43.1509	47	119.8769	119.2997
			18	45.9103	45.6892	48	122.4275	121.8379
			19	48.4608	48.2275	49	124.9781	124.3762
			20	51.0114	50.7658	50	127.5887	126.9145
			21	53.5620	53 3041	51	130.0792	129.4528
			22	56.1126	55.8420	52	132.6298	131.9911
			23	58.6632	58.3807	53	135.1804	134.5294
			24	61.2137	60.9190	54	137.7309	137.0677
			25	63.7643	63.4573	55	140.2815	139.6060
			26	66.3149	65.9955	56	142.8321	142.1443
			27	68.8654	68.5338	57	145.3827	144.6826
			28	71.4160	71.0721	58	147.9332	147.2208
			29	73.9666	73.6104	59	150.5838	149.7591
			30	76.5172	76.1487	60	153 0344	152.2974

$7\frac{3}{4}$

Gradus.	Milliaria loxodromica.	Milliaria mecodynamica.	Scrupuli.	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.	Scrupula	Milliaria loxodrom.	Milliaria mecodyna.
1	153.0344	152.2975	1	2.5506	2.5382	31	79.0678	78.6871
2	306.0687	304.5951	2	5.1011	5.0766	32	81.6184	81.2253
3	459.1034	456.8926	3	7.6517	7.6149	33	84.1689	83 7636
4	612.1378	609.1901	4	10.2023	10.1532	34	86.7195	86.3019
5	765.1723	761.4877	5	12.7529	12.6915	35	89.2701	88.8102
6	918.2067	913.7825	6	15.3034	15.2297	36	91.8207	91.3785
7	1072.2412	1066.0828	7	17.8540	17.7680	37	94.3712	93.9168
8	1224.2756	1218.3803	8	20.4046	20.3061	38	96.9218	96.4551
9	1377.3101	1370.6778	9	22.9552	22.8446	39	99.4724	98.9934
10	1530.3447	1522.9754	10	25.5057	25.3829	40	102.0230	101 5317
20	3060.6891	3045.9507	11	28.0563	27.9212	41	104.5735	104.0700
30	4591.0337	4568.9261	12	30.6069	30.4595	42	107.1241	106.6083
40	6121.3783	6091.9015	13	33.1575	32.9978	43	109.6747	109.1466
50	7151.7229	7614.8769	14	35.7080	35.5361	44	112.2253	111.6849
60	9182.0675	9137.8523	15	38.2586	38.0744	45	114.7758	114.2231
70	10712.4120	10660.8277	16	40.8092	40.6127	46	117.3264	116.7614
80	12242.7566	12183.8030	17	43.3598	43.1510	47	119.8770	119.2997
			18	45.9103	45.6893	48	122.4276	121.8380
			19	48.4609	48.2275	49	124.9781	124.3763
			20	51.0115	50.7658	50	127.5287	126.9146
			21	53.5621	53.3041	51	130.0793	129.4529
			22	56.1126	55.8424	52	132.6299	131.9912
			23	58.6632	58.3807	53	135.1804	134.5295
			24	61.2138	60.9190	54	137.7310	137.0678
			25	63.7643	63.4573	55	140.2816	139.6061
			26	66.3149	65.9956	56	142.8322	142.1444
			27	68.8655	68.5339	57	145.3827	144.6827
			28	71.4161	71.0722	58	147.9333	147.2209
			29	73.9666	73.6105	59	150.4839	149.7592
			30	76.5172	76.1488	60	153.0345	152.2975

CLAUDIANUS DE MAGNETE.

QUISQUIS ſollicitâ mundum ratione ſecutus
Semina rimatur rerum, quo Luna laborat
Defectu, quæ cauſa jubet palleſcere Solem,
Unde rubeſcentes ferali crine cometæ,
Unde fluant venti, trepidæ quis viſcera terræ
Commoveat motus, quæ fulgura ducat origo,
Unde tonent nubes, quo lumine floreat arcus:
Hoc mihi quærenti, ſi quid deprendere veri
Mens valet, expediat. Lapis eſt, cognomine Magnes,
Decolor, obſcurus, vilis; non ille repexam
Cæſariem Regum, nec candida vírginis ornat
Colla, nec inſigni ſplendet per cingula morſu:
Sed nova ſi nigri videas miracula ſaxi,
Tunc ſuperat pulchros cultus, et quidquid Eois
Indus littoribus rubrâ ſcrutatur in algâ.
Ex ferro meruit vitam, ferríque rigore
Veſcitur: has dulces epulas, hæc pabula novit.
Hìnc proprias renovat vires: hinc fuſa per artus
Aſpera ſecretum ſervant alimenta vigorem.
Hoc abſente perit; triſti morientia torpent
Membra fame, venáſque ſitis conſumit apertas.
Mavors, ſanguineâ qui cuſpide verberat urbes,
Et Venus, humanas quæ laxat in otia curas,
Aurati delubra tenent communia templi.
Effigies non una Deis: ſed ferrea Martis
Forma nitet, Venerem magnetica gemma figurat.
Illis connubium celebrat de more ſacerdos:
Ducit flamma choros: feſtâ frondentia myrto
Limina cinguntur, roſeíſque cubilia ſurgunt
Floribus, et thalamos dotalis purpura velat.
Hìc mirum conſurgit opus. Cytherea maritum
Sponte rapit, cælíque toros imitata priores
Pectora laſcivo flatu Mavortia nectit,
Et tantum ſuſpendit onus, galeæ'que lacertos
Implicat, et vivis totum complexibus ambit.

Ille laceſſitus longo ſpiraminis actu
Arcanis trahitur gemmâ de conjuge nodis.
Pronuba fit natura Deis, ferrúmque maritat
Aura tenax, ſubitis ſociantur Numina furtis.
Quis calor infundit geminis alterna metallis
Fœdera? quæ duras jungit concordia mentes?
Flagrat anhela ſilex; et amicam ſaucia ſentit
Materiem, placidóſque chalybs cognoſcit amores.
Sic Venus horrificum belli compeſcere Regem,
Et vultum mollire ſolet, cum ſanguine præceps
Æſtuat, et ſtrictis mucronibus aſperat iras,
Sola feris occurrit equis, mollítque tumorem
Pectoris, et blando præcordia temperat igne.
Pax animo tranquilla datur, pugnáſque calentes
Deſerit, et rutilas declinat in oſcula criſtas.
Quæ tibi, ſæve puer, non eſt permiſſa poteſtas?
Tu magnum ſuperas fulmen, cælóque relicto
Fluctibus in mediis cogis mugire Tonantem.
Jam gelidas rupes, vivóque carentia ſenſu
Membra feris: jam ſaxa tuis obnoxia telis,
Et lapides ſuus ardor agit; ferrúmque tenetur
Illecebris: rigido regnant in marmore flammæ.

F I N I S.

NOTA

NOTA ad hæc verba in paginâ 172, lineis 6tâ et 7timâ, ſcilicet, *Aut vel nunc jam per regulam falſarum poſitionum [licebit] ex inventis ad minutum uſque propemodùm definire, hoc modo.*

AUCTORIS ratiocinium in hâc applicatione regulæ falſarum poſitionum ad inventionem numeri 0.60143 ex numeris 0.56817 et 0.61877, quæſito numero ex utrâque parte vicinis, ſeu quorum unus eſt minor, alter verò major, numero quæſito, explicatione aliquâ mihi videtur indigere. Poterit verò explicari hoc modo.

Ponatur littera a pro numero 0.56817, quem ſcimus eſſe quæſito minorem; et littera b pro numero 0.61877, quem ſcimus eſſe quæſito majorem; et littera x pro ipſo quæſito. Erit igitùr loxodromiæ, quæ ipſi a, ſeu 0.56,817, reſpondet, longitudo milliarium $804 + \frac{7862}{10,000}$, ſeu 804.7862; et loxodromiæ numero quæſito x reſpondentis longitudo milliarium 800; et loxodromiæ numero b, ſeu 0.61877, reſpondentis, longitudo milliarium $797 + \frac{5042}{10,000}$, ſeu 797.5042. Harum loxodromiarum prima excedit ſecundam 4.7862 milliaribus, ſecunda autem tertiam milliaribus 2.4959. Prior exceſſus vocetur c, ſecundus d.

His ita poſitis, jàm, ſecundùm anctoris præcepta, debemus multiplicare primum numerum 0.56817, ſeu a, in numerum quartum 2.4959, ſeu d, et multiplicare numerum ſecundum 0.61877, ſeu b, in numerum tertium 4.7862, ſeu c; unde fiunt, ex priore multiplicatione productum 1.418,095,503, ſeu ad, et ex ſecundâ multiplicatione productum 2.961,556,974. ſeu bc. Horum autem productorum ſecundum, ſcilicet, 2.961,556,975, ſeu bc, eſt addendum priori, ſcilicet, 1.418,095,503, ſeu ad; unde fit ſumma 4.379,652,477, ſive $ad + bc$. Jam verò exceſſus 2.4959, ſeu d, eſt addendus exceſſui 4.7862, ſeu c; unde fit ſumma 7.2821, ſeu $c + d$. Et poſtremò, ſumma prior 4.379, 652,477, ſeu $ad + bc$, per ſummam poſteriorem 7.2821, ſeu $c + d$, eſt dividenda; unde fit quotiens 0.60143, ſeu fractio $\frac{ad + bc}{c + d}$, ſeu $\frac{ad + bc}{d + c}$; quæ, ut auctor aſſerit, erit, quàm-proximè, æqualis ipſi x, ſeu numero quæſito.

Hujus autem concluſionis veritas, ſcilicet, "quòd hæc fractio $\frac{ad + bc}{d + c}$ accedet propiùs ad quæſitum numerum x quàm una ſaltèm, ſi non quàm alterutra, priorum quantitatum a et b (inter quas quantitas x ſita eſt,)" demonſtrari poteſt hoc modo.

Quoniam

Quoniam quantitas prima, 0.56817, five a, eft minor fecundâ 0.61877, five b, erit quantitas $\frac{ad+ac}{d+c}$ minor ipfâ $\frac{ad+bc}{d+c}$, feu prædictâ quotiente, quam invenimus. Sed quantitas $\frac{ad+ac}{d+c}$ eft æqualis ipfi a. Ergò quantitas a erit minor ipfâ $\frac{ad+bc}{d+c}$, quam invenimus; ideóque, fi quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$ (quam invenimus,) eft minor quæfitâ quantitate x, differentia inter ipfam et quantitatem x erit minor quàm differentia inter a et x; id eft, dicta quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$, quam invenimus, accedet propiùs quam a ad quantitatem quæfitam x.

Porrò, quoniam quantitas a eft minor ipfâ b, erit quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$ minor ipfâ $\frac{bd+bc}{d+c}$. Sed quantitas $\frac{bd+bc}{d+c}$ eft æqualis ipfi b. Ergò quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$ (quam invenimus,) minor erit ipfâ b; ideóque, fi hæc quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$, (quam invenimus,) eft major quæfitâ quantitate x, differentia inter ipfam et quantitatem x erit minor quàm differentia inter b et x; id eft, dicta quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$, quam invenimus, accedet propiùs quàm b ad quantitatem quæfitam x.

Neceffe eft autem ut dicta quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$ fit aut ipfi quantitati quæfitæ x omninò æqualis, aut major ipfâ, aut minor. Si fit ipfi x omninò æqualis, habemus id quod quærimus, fcilicet, veram magnitudinem ipfius x. Si verò dicta quantitas fit major ipfâ x, accedet propiùs quàm ipfa b ad eam; et, fi dicta quantitas fit minor ipfâ x, accedet propiùs quàm ipfa a ad eam. Q. E. D.

Et plerumque dicta quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$, quam invenimus, accedet propiùs quam alterutra duarum quantitatum a et b ad quæfitam quantitatem x, licet id non in omnibus cafibus neceffarium effe videatur, aut demonftrari poffit. Et in hoc ipfo exemplo, (in quo a et b funt æquales numeris 0.56817 et 0.61877, et loxodromiæ quæ correfpondent ipfis numeris a, x, et b, feu 0.56817, x, et 0.61877, funt 804.7862, 800, et 797.5042,) hæc quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$, feu 0.60143, tàm propè ad veram magnitudinem quæfiti numeri x accedit quòd longitudo loxodromiæ quæ ipfi refpondet, feu ex ipfâ derivatur, invenitur effe 799.56 milliarium, quæ deficit à datæ loxodromiæ longitudine, fcilicet, 800 milliaribus, tantùm 0.56, feu $\frac{56}{100}$ unius milliaris, feu parte paulo majore quàm dimidium unius milliaris, quæ in tantâ longitudine ferè pro nihilo haberi poteft: Unde, è converfo, concludi poteft, differentiam inter x (quæ datæ loxodromiæ longitudini,

longitudini, nempe milliaribus 800, reſpondet,) et quantitatem $\frac{ad+bc}{d+c}$, ſeu 0.60143, (quæ loxodromiæ, cujus longitudo eſt milliarium 799.56 reſpondet,) eſſe etiàm partem valdè parvam quantitatis x, et proinde ferè pro nihilo haberi poſſe.

Hæc autem quantitas $\frac{ad+bc}{d+c}$ brevitèr et facilitèr derivari poterit ex hâc ſuppoſitione, nempe, quod, ſi ſint tres quantitates a, x, et b, quæ inter ſe non multum differunt, prima autem ſit aliquanto minor ſecundâ, et ſecunda minor tertiâ; et ſi ſint tres aliæ quantitates e, f, et g, quæ à tribus prioribus a, x, et b, certo aliquo modo derivantur, et iiſdem reſpectivè reſpondent, ſcilicet, quantitas e quantitati a, quantitas f quantitati x, et quantitas g quantitati b; in his autem quantitatibus prima e ſit aliquanto major ſecundâ f, et ſecunda f paulo major tertiâ, contrà quàm ſit in prioribus tribus a, x, et b; hæ autem quantitates (ſicuti et tres priores a, x, b,) paulùm admodùm inter ſe differant; erit differentia primæ et ſecundæ trium priorum quantitatum, ſcilicet, $x-a$, ad differentiam ſecundæ et tertiæ earundem, ſcilicet, $b-x$, quam proximè in eâdem ratione ac differentia primæ et ſecundæ trium poſteriorum quantitatum, ſcilicet, $e-f$, ad differentiam ſecundæ et tertiæ earundem, ſcilicet, $f-g$.

Nam, ſi hæc ſuppoſitio ſit vera, aut veritati proxima, ponamus c pro $e-f$, et d pro $f-g$, ut ſuprà in demonſtratione præcedente. Et erit $x-a$ ad $b-x$ ut c ad d. Ergò $\overline{x-a} \times d$ erit $= \overline{b-x} \times c$, hoc eſt, $dx-ad$ erit $= bc-cx$, et (addendo utrinque cx) erit $dx+cx-ad=bc$, et (addendo utrinque ad) erit $dx+cx=ad+bc$; hoc eſt, $x \times \overline{d+c}$ erit $= ad+bc$. Et proinde x erit $= \frac{ad+bc}{d+c}$. Q. E. I.

COM-


VK 551 .S67 1795
Tiphys batavus
Stanford University Libraries
3 6105 041 665 063

DATE DUE

MAY 16 1987
OCT 5 1987

STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA
94305